Th.s Toán học - Ks Tin học LÊ HỒNG ĐỨC - Chủ biên
Nhà giáo ưu tú ĐÀO THIỆN KHẢI
LÊ BÍCH NGỌC
LÊ HỮU TRÍ

Để học tốt TOÁN 6

TẬP 1

Ta có :

$$2.4.8.16.32.64...2^{10} = 2.2^2.2^3.2^4.2^5.2^6...2^{10}$$
$$= 2^{1+2+3+4+5+6+...+10}$$
$$= 2^{\frac{10(1+10)}{2}} = 2^{55}$$

- Với Học sinh cuốn sách này cung cấp một bộ giáo trình hoàn chỉnh về mặt kiến thức, dễ đọc, dễ hiểu.
- Với Thầy, Cô giáo và Phụ huynh cuốn sách này cung cấp một bộ giáo án hoàn chỉnh về mặt kiến thức và có tính sư phạm để giảng dạy cơ bản và nâng cao theo tư tưởng đổi mới phương pháp dạy học.



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Th.s Toán học - Ks Tin học LÊ HỒNG ĐỨC - Chủ biên
Nhà giáo ưu tú ĐÀO THIỆN KHẢI
LÊ BÍCH NGỌC
LÊ HỮU TRÍ

ĐỂ HỌC TỐT TOÁN 6

TẬP 1

- Với Học sinh cuốn sách này cung cấp một bộ giáo trình hoàn chỉnh về mặt kiến thức, dễ đọc, dễ hiểu.
- Với Thầy, Cô và Phụ huynh cuốn sách này cung cấp một bộ giáo án hoàn chỉnh về mặt kiến thức và có tính sư phạm để giảng dạy cơ bản và nâng cao theo tư tưởng đổi mới phương pháp dạy học

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại : (04) 9 714898 – (04) 9 724770 – Fax: (04) 9 714899

Chịu trách nhiệm xuất bản

Giám đốc : **PHÙNG QUỐC BẢO**
Tổng biên tập : **NGUYỄN BÁ THÀNH**

Biên tập
Minh Hải

Chế bản
NS. Bình Thạnh

Trình bày bìa
Xuân Duyên

Tổng phát hành : Công ty TNHH DỊCH VỤ VĂN HÓA KHANG VIỆT
Địa chỉ : 374 Xô Viết Nghệ Tĩnh P.25 – Q.BT – TP.HCM
ĐT: 5117907 – Fax: 8999898
Email: binhthanhbookstore@yahoo.com

ĐỂ HỌC TỐT TOÁN 6 TẬP 1
Mã số : 1L – 216 ĐH2007
In 3.000 cuốn, khổ 16×24 cm, tại Công ty in VIỆT HƯNG.
Số xuất bản : 729 – 2007/CXB/13 – 110/ĐHQGHN ngày 07/09/2007.
Quyết định xuất bản số : 487 LK/XB
In xong và nộp lưu chiểu quý IV năm 2007.

GIỚI THIỆU CHUNG

Xin trân trọng giới thiệu tới các Thầy, Cô giáo, các Phụ huynh, cùng toàn thể các Em học sinh bộ sách:

RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI TOÁN THCS

do Thạc sĩ Toán học Lê Hồng Đức chủ biên.

Bộ tài liệu gồm 9 cuốn :

Cuốn 1: Toán 6 — Tập 1
Cuốn 2: Toán 6 — Tập 2
Cuốn 3: Toán 7 — Tập 1
Cuốn 4: Toán 7 — Tập 2
Cuốn 5: Toán 8 — Tập 1
Cuốn 6: Toán 8 — Tập 2
Cuốn 7: Toán 9 — Tập 1
Cuốn 8: Toán 9 — Tập 2
Cuốn 9: 81 đề Toán mẫu luyện thi Tốt nghiệp THCS

Bộ sách được viết theo chương trình sách giáo khoa mới của Bộ Giáo dục và Đào tạo dựa trên một tư tưởng hoàn toàn mới mẻ, có tính sư phạm, có tính tổng hợp cao, tận dụng được đầy đủ thế mạnh của các phương pháp giải Toán THCS.

Mục tiêu của bộ sách:

1. *Cung cấp cho các Thầy, Cô giáo, các Phụ huynh một bộ giáo án có chất lượng về mặt sư phạm và chứa dựng đầy đủ kiến thức cơ bản cũng như chuyên sâu, để sau khi tham khảo có thể chuyển đổi ngay thành giáo án mang đi giảng dạy cho học sinh của mình.*

2. *Cung cấp cho các em học sinh THCS yêu thích môn Toán một bộ sách tự học tập dễ hiểu và bổ ích. Nó chắc chắn sẽ trở thành người bạn đồng hành để giúp các Em chủ động hơn trong việc học Toán theo chương trình sách giáo khoa và mở mang kiến thức Toán THCS của bản thân.*

Các cuốn Toán 6, Toán 7, Toán 8, Toán 9 đều có chung một cấu trúc, bao gồm hai phần.

Phần I - Số học hoặc đại số
Phần II - Hình học

Mỗi phần chứa dựng các chương (chương I, chương II, ...). Ở mỗi chương chứa dựng các chủ đề (chủ đề 1, chủ đề 2, ...) theo nội dung của sách giáo khoa.

Mỗi chủ đề đều được chia thành 5 mục:

I. ***Kiến thức cơ bản***

Trình bày có trật tự nội dung kiến thức liên quan (trong hầu hết các trường hợp chúng được bắt đầu bằng phương pháp đặt vấn đề) cùng với những thí dụ minh hoạ ngay sau đó.

II. ***Các ví dụ minh hoạ***

Gồm các ví dụ được tuyển chọn có chọn lọc nhằm giúp hoàn thiện kiến thức cơ bản và nâng cao kỹ năng giải Toán.

III. ***Câu hỏi ôn tập lý thuyết***

IV. ***Bài tập đề nghị***

V. ***Hướng dẫn - Đáp số***

Như vậy, ở mỗi chủ đề:

1. *Với việc trình bày kiến thức cơ bản theo kiểu đặt vấn đề, cùng thí dụ minh hoạ ngay sau đó, sẽ giúp tăng chất lượng bài giảng cho các Thày, Cô giáo. Và với các em học sinh sẽ thấy dễ hiểu kiến thức mới để rồi biết cách trình bày bài. Điều này phù hợp với xu hướng giáo dục mới trong công cuộc cải cách phương pháp dạy và học theo hướng "* ***Lấy học trò làm trung tâm*** *"*
2. *Tiếp đó, tới các ví dụ minh hoạ có chọn lọc, sẽ giúp các Thày, Cô giáo dẫn dắt các em học sinh hoàn thiện kiến thức.*
3. *Đặc biệt là nội dung của các* ***chú ý, nhận xét*** *và* ***yêu cầu*** *sau mỗi kiến thức cùng với một vài thí dụ và ví dụ sẽ giúp các Thày, Cô giáo củng cố những hiểu biết chưa thật thấu đáo cho các em học sinh, cùng với cách nhìn nhận vấn đề đặt ra cho các em học sinh, để trả lời một cách thoả đáng câu hỏi "* ***Tại sao lại nghĩ và làm như vậy ?*** *"*
4. *Ngoài ra, còn có rất nhiều bài toán được giải bằng nhiều cách khác nhau sẽ giúp các học sinh trở nên linh hoạt trong việc lựa chọn phương pháp giải.*

Chúng tôi cũng xin trân trọng cảm ơn các bạn đồng nghiệp đã nhận lời đọc bản thảo, nhận lời tới dự giờ trong các tiết giảng thử của chúng tôi theo giáo trình này ở trên các lớp 6, 7, 8, 9 tại một số trường THCS của Hà Nội và từ đó đóng góp những nhận xét quí báu để giúp chúng tôi tới ngày hôm nay hoàn thiện được bộ sách này.

Cuối cùng, cho dù đã rất cố gắng, nhưng thật khó tránh khỏi những thiếu sót bởi những hiểu biết và kinh nghiệm còn hạn chế, rất mong nhận được những ý kiến đóng góp quý báu của bạn đọc gần xa. Mọi ý kiến đóng góp xin liên hệ tới:

Địa chỉ: Nhóm tác giả Cự Môn do Th.s Toán học Lê Hồng Đức phụ trách
Số 20 - Ngõ 86 - Đường Tô Ngọc Vân - Quận Tây Hồ - Hà Nội
Điện thoại: (04) 7196671 hoặc 0893046689
E-mail: cumon@hn.vnn.vn hoặc lehongduc39@yahoo.com.

Hà nội, ngày 18 tháng 12 năm 2004

Chủ biên LÊ HỒNG ĐỨC

MỤC LỤC

PHẦN II - HÌNH HỌC

CHƯƠNG I
ĐOẠN THẲNG

TRUNG TÂM HỖ TRỢ PHỔ CẬP SÁCH TOÁN

THCS VÀ THPT

VỚI ƯU ĐÃI CỦA NHÓM CỰ MÔN

Chịu trách nhiệm chính: **Thạc sĩ Toán học - Kỹ sư Tin học Lê Hồng Đức.**
Các thành viên chính thức của nhóm:

1. Nhà giáo ưu tú Đào Thiện Khải - Nguyên Hiệu Trưởng Trường THPT Hà Nội - Amsterdam.
2. Lê Hữu Trí.
3. Lê Bích Ngọc.

Phổ cập phương pháp dạy và học

" LẤY HỌC TRÒ LÀM TRUNG TÂM "

Địa chỉ: Số nhà 20 Ngõ 86 - Đường Tô Ngọc Vân - Quận Tây Hồ - Hà Nội
Điện thoại: (04) 7196671 hoặc 0983046689
E-mail: cumon@hn.vnn.vn hoặc lehongduc39@yahoo.com

Phần 1

Số học

CHƯƠNG I - ÔN TẬP VÀ BỔ TÚC VỀ SỐ TỰ NHIÊN

Trong chương trình học Toán ở bậc Tiểu học, chúng ta đã được làm quen với số tự nhiên. Do vậy, trong chương này, ngoài việc ôn tập và hệ thống những kiến thức đã học chúng ta còn được làm quen với những phép toán mới như:

1. Phép tính luỹ thừa với số mũ tự nhiên.
2. Tìm số nguyên tố.
3. Tìm ước chung và bội chung.

...

Đây là những kiến thức rất cơ bản và quan trọng để chúng ta mở rộng thêm vốn kiến thức toán học của mình.

Chương này, bao gồm:

1. **Tập hợp - Phần tử của tập hợp**
2. **Tập hợp các số tự nhiên - Ghi số tự nhiên**
3. **Số phần tử của một tập hợp - Tập hợp con**
4. **Phép cộng và phép nhân**
5. **Phép trừ và phép chia**
6. **Luỹ thừa với số mũ tự nhiên**
7. **Tính chất chia hết của một tổng**
8. **Ước và bội**
9. **Số nguyên tố - Hợp số - Bảng số nguyên tố**
10. **Ước chung và ước chung lớn nhất**
11. **Bội chung và bội chung nhỏ nhất**

CHỦ ĐỀ 1 TẬP HỢP. PHẦN TỬ CỦA TẬP HỢP

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. TẬP HỢP

> ***Tập hợp*** *là khái niệm rất hay gặp trong toán học cũng như trong tất cả các lĩnh vực khác.*

Do đó, ta không định nghĩa tập hợp mà chỉ hiểu khái niệm tập hợp qua các thí dụ.

Thí dụ 1:

- Tập hợp các học sinh của lớp 6A.
- Tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 5.
- Tập hợp các chữ cái a, b, c, d.

...

Như vậy, các tập hợp được dùng để nhóm các đối tượng lại với nhau. Thông thường, các *phần tử* trong một tập hợp có các tính chất tương tự nhau.

Thí dụ 2:

Tất cả các học sinh vừa mới nhập trường lập nên một tập hợp.

Tất cả các học sinh nam trong lớp 6A lập nên một tập hợp, ...

2. CÁCH VIẾT. CÁC KÍ HIỆU

Người ta thường dùng các chữ hoa để kí hiệu các tập hợp. Chữ **N** in đậm đã được sử dụng để kí hiệu cho tập hợp số tự nhiên.

- Để chỉ rằng a là một phần tử của tập hợp A (hay gọi tắt là: *tập A*), ta kí hiệu $a \in A$ (đọc là: *a thuộc tập A*).
- Còn nếu b không phải là phần tử của tập hợp A ta kí hiệu $b \notin A$ (đọc là: *b không thuộc tập A*).

Thí dụ 3: Cho tập hợp A gồm các số tự nhiên nhỏ hơn 5, kí hiệu là:

$$A = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4\} \quad (1)$$

hoặc $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 5\}$. (2)

Nhận xét: Ta có các nhận xét sau:

1. Các số 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 là các ***phần tử*** của tập hợp A.
2. Các phần tử của tập hợp được viết trong dấu ngoặc nhọn "{ }" và cách nhau bởi dấu chấm phẩy " ; " hoặc dấu phẩy " , ".
3. Mỗi phần tử được liệt kê một lần và không quan tâm đến thứ tự của các phần tử trong tập hợp.
4. Phần tử 1 thuộc tập hợp A được kí hiệu là $1 \in A$.
5. Phần tử 5 không thuộc tập hợp A được kí hiệu là $5 \notin A$.
6. Cách viết tập A dưới:
   - Dạng (1) gọi là *liệt kê các phần tử của tập hợp.*
   - Dưới dạng (2) gọi là *chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử trong tập hợp.*

Như vậy:

Để viết một tập hợp, ta có hai cách viết sau:

Cách 1: *Liệt kê các phần tử của tập hợp.*

Cách 2: *Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó.*

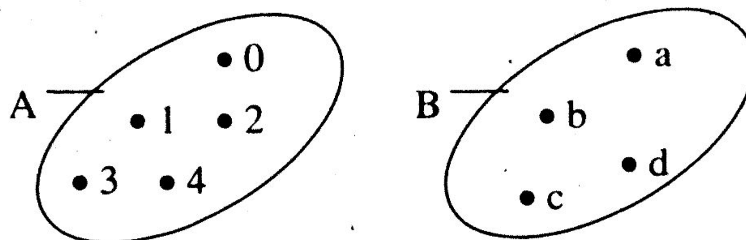
Thí dụ 4: Tập hợp các chữ cái của dòng chữ " *Hiên ngang* " là

$A = \{h, i, ê, n, g, a\}$.

3. BIỂU ĐỒ VEN

Để minh hoạ một cách trực quan, người ta thường sử dụng một vòng tròn khép kín để biểu diễn tập hợp và mỗi phần tử của tập hợp đó được biểu diễn bằng một điểm thuộc miền trong của vòng kín đó. Cách minh hoạ như vậy được gọi là biểu diễn bằng *biểu đồ Venn.*

Thí dụ 5:



4. TẬP HỢP BẰNG NHAU

Hai tập hợp A và B là bằng nhau khi và chỉ khi chúng có cùng các phần tử, kí hiệu A = B.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Cho tập hợp $A = \{n \in \mathbf{N} \mid n < 9\}$.

a. Liệt kê các phần tử của tập hợp A.

b. Cho biết các phần tử sau đây có thuộc tập hợp A không ?

1, 6, 9, 29, 5, 10, 8

Giải

a. Ta có:

$A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

b. Ta thấy A là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 9, do đó:

$1 \in A$; $6 \in A$; $5 \in A$; $8 \in A$

$9 \notin A$; $29 \notin A$; $10 \notin A$

Ví dụ 2: Cho tập hợp $B = \{2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12\}$

a. Viết lại tập hợp B dưới dạng nêu tính chất của các phần tử.

b. Cho biết các phần tử 1, 6, 9, 14 có thuộc tập hợp B không ?

Giải

a. Ta có nhận xét " *B là tập hợp các số tự nhiên chẵn nhỏ hơn hoặc bằng 12*".

Do đó, ta có thể viết lại tập hợp B như sau:

$B = \{ n \in \mathbf{N} \mid n$ là số chẵn, $n \leq 12\}$

b. Ta thấy ngay:

$1 \notin A, 9 \notin A, \; 14 \notin A, \; 6 \in A$

Ví dụ 3: Cho hai tập hợp:

$A = \{ \overline{ab} \in \mathbf{N} \mid a + b = 5$ và $a, b \in \mathbf{N} \}$

$B = \{2 ; 7 ; 23 ; 18 ; 14 ; 32\}$

a. Liệt kê các phần tử của tập hợp A.

b. Tập hợp A và tập hợp B có bằng nhau không ? Có nhận xét gì về các phần tử của hai tập hợp nói trên ?

c. Biểu diễn tập hợp A và B bằng biểu đồ Venn.

Giải

a. Ta có thể hiểu:

- A là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số mà tổng các chữ số bằng 5.
- a là chữ số hàng chục, b là chữ số hàng đơn vị của số cần tìm.

Nhận xét:

Vì số cần tìm là số có hai chữ số nên chữ số hàng chục $a \neq 0$.

Vì $a + b = 5$ nên a chỉ có thể lấy các giá trị: 1, 2, 3, 4, 5.

Từ đó ta có bảng giá trị tương ứng của b như sau:

a	1	2	3	4	5
b	4	3	2	1	0
Số cần tìm	14	23	32	41	50

Vậy, tập hợp A = {14 ; 23 ; 32 ; 41 ; 50}

b. Ta có:

A = {14 ; 23 ; 32 ; 41 ; 50}

B = {2 ; 7 ; 23 ; 18 ; 14 ; 32}

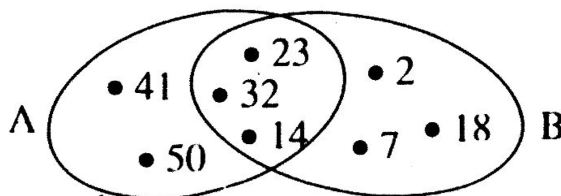
Dễ dàng nhận thấy rằng tập hợp A khác tập hợp B.

Các phần tử x vừa thuộc tập A vừa thuộc tập B là: 23 ; 32 ; 14.

Các phần tử x chỉ thuộc tập A mà không thuộc tập B là: 41 ; 50.

Các phần tử x chỉ thuộc tập B mà không thuộc tập A là: 2 ; 7 ; 18.

c. Biểu diễn bằng biểu đồ Venn.



Ví dụ 4: Cho hai tập hợp:

A = {3 ; 4 ; a ; 9 ; 8 ; 7 },

B = {(b + 1) ; 4 ; 3 ; 6 ; 8 ; 7}.

Tìm hai số a, b để tập hợp A và tập hợp B bằng nhau.

Giải

Ta có:

- Các phần tử $x \in A$ và $x \in B$ là: 3 ; 4 ; 7 ; 8.
- Các phần tử $x \in A$ và $x \notin B$ là: a ; 9.
- Các phần tử $x \notin A$ và $x \in B$ là: (b + 1) , 6.

Để tập hợp A bằng tập hợp B thì:

$a = 6$ và $b + 1 = 9 \Rightarrow a = 6$ và $b = 8$.

Vậy, ta được:

A = B = {3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9}.

Ví dụ 5: Cho tập hợp A gồm các số có hai chữ số mà có tổng bằng 8, B là tập hợp các số có hai chữ số được tạo thành từ hai trong bốn số: 0 ; 3 ; 5 ; 8.

a. Viết hai tập hợp A và B dưới dạng liệt kê các phần tử theo thứ tự tăng dần.

b. Gọi C là tập hợp của các phần tử vừa thuộc tập A vừa thuộc tập B. Biểu diễn bằng biểu đồ Venn cả ba tập hợp trên.

Giải

a. Giả sử:

a là chữ số hàng chục.

b là chữ số hàng đơn vị của số cần tìm

Ta có:

- Tập hợp A:

Số cần tìm là số có hai chữ số nên chữ số hàng chục $a \neq 0$.

Vì $a + b = 8$ nên a chỉ có thể lấy các giá trị:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Vậy, tập hợp A = {17 ; 26 ; 35 ; 44 ; 53 ; 71 ; 80}

- Tập hợp B:

Số cần tìm là số có hai chữ số nên chữ số hàng chục $a \neq 0$.

Số cần tìm được tạo thành từ hai trong bốn số:

0 ; 3 ; 5 ; 8

Vậy, tập hợp B = {30 ; 35 ; 38 ; 50 ; 53 ; 58 ; 80 ; 83 ; 85}

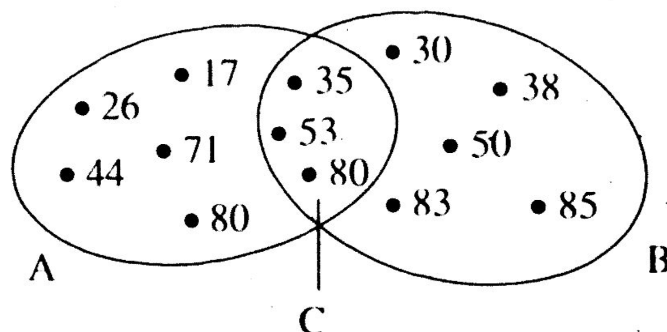
b. Ta có:

A = {17 ; 26 ; 35 ; 44 ; 53 ; 71 ; 80},

B = {30 ; 35 ; 38 ; 50 ; 53 ; 58 ; 80 ; 83 ; 85}.

Vậy,

C = {35 ; 53 ; 80}



III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Nêu khái niệm tập hợp. Cho ví dụ.

Câu hỏi 2: Tập hợp thường được sử dụng để làm gì ?

Câu hỏi 3:

a. Để viết một tập hợp, thường có bao nhiêu cách ? Nêu một ví dụ tập hợp được viết theo các cách đó.

b. Tập hợp A = { 1, 3, 1, 5 }, viết như vậy đã đúng chưa ?

Câu hỏi 4: Biểu đồ Venn được sử dụng để làm gì ?

Câu hỏi 5: Phát biểu định nghĩa hai tập hợp bằng nhau và cho ví dụ về hai tập hợp bằng nhau.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Cho A là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 62 và lớn hơn 36 mà có tổng các chữ số là số lẻ. B là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 72 và lớn hơn 36 mà có chữ số hàng chục là 5. Hãy biểu diễn hai tập A và B bằng biểu đồ Venn.

Bài tập 2. Cho tập hợp $A = \{n \in \mathbf{N} \mid 16 < n \leq 32\}$

a. Liệt kê các phần tử của tập hợp A theo thứ tự giảm dần.

b. Cho biết các phần tử sau đây có thuộc tập hợp A không ?

1, 16, 29, 25, 10, 38

c. Biểu diễn tập hợp A bằng biểu đồ Venn

Bài tập 3. Cho hai tập hợp:

$A = \{n \in \mathbf{N} \mid x \text{ là số chẵn}, 4 < n \leq 20\}$,

$B = \{n \in \mathbf{N} \mid 4 < n \leq 10\}$.

a. Liệt kê các phần tử của tập hợp A và B theo thứ tự tăng dần.

b. Tìm tập hợp C gồm các phần tử vừa thuộc tập A vừa thuộc tập B.

c. Biểu diễn ba tập hợp bằng biểu đồ Venn.

Bài tập 4. Cho hai tập hợp:

$A = \{3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; 18 ; 24\}$,

$B = \{4 ; 8 ; 12 ; 16 ; 20 ; 24\}$.

a. Viết lại tập hợp A và B dưới dạng chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó.

b. Tìm tập hợp C gồm các phần tử vừa thuộc tập A vừa thuộc tập B.

c. Biểu diễn ba tập hợp bằng biểu đồ Venn.

Bài tập 5. Cho bảng số liệu sau:

Họ và tên	Điểm toán	Điểm văn
Lê An	8	7
Nguyễn Ba	9	5
Trần Hoà	9	9
Lê Hoa	5	6
Phạm Việt	6	8

Viết tập hợp A gồm 3 bạn có điểm toán cao nhất và tập hợp B gồm 2 bạn có điểm văn thấp nhất.

Bài tập 6. Cho hai tập hợp:

$A = \{5 ; 4 ; (a - 2) ; 9 ; 10 ; 7\}$

$B = \{(b + 3) ; 5 ; 4 ; 6 ; 9 ; 7\}$

Tìm hai số a, b để tập hợp A và tập hợp B bằng nhau.

Bài tập 7. Cho hai tập hợp:

$A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và $B = \{1; 2; 3; 4; 5; a; b\}$

a. Tìm hai số a, b để tập hợp A và tập hợp B bằng nhau.

b. Biểu diễn bằng biểu đồ Venn

Bài tập 8. Cho tập hợp A gồm các số có hai chữ số mà có tổng bằng 6, B là tập hợp các số có hai chữ số được tạo thành từ hai trong bốn số: 0 ; 2 ; 4 ; 6.

a. Viết hai tập hợp A và B dưới dạng liệt kê các phần tử theo thứ tự tăng dần.

b. Gọi C là tập hợp của các phần tử vừa thuộc tập A vừa thuộc tập B. Biểu diễn bằng biểu đồ Venn cả ba tập hợp trên.

Bài tập 9. Cho tập hợp:

$A = \{n \in \mathbf{N} \mid n \text{ là số chẵn}, 4 \leq n < 10\}$

a. Viết tập hợp A dưới dạng liệt kê các phần tử.

b. Tìm tập hợp B gồm tất cả các số có hai chữ số được tạo thành từ các chữ số thuộc tập hợp A. Biết rằng các chữ số không lặp lại.

Bài tập 10. Cho tập hợp:

$A = \{n \in \mathbf{N} \mid n \text{ là số lẻ}, 2 \leq n < 9\}$

a. Viết tập hợp A dưới dạng liệt kê các phần tử.

b. Tìm tập hợp B gồm tất cả các số có hai chữ số được tạo thành từ các chữ số thuộc tập hợp A.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1. Tập hợp A và B được viết lại dưới dạng:

A = {38 ; 41 ; 43 ; 45 ; 47 ; 49 ; 50 ; 52 ; 54 ; 56 ; 58 ; 61}

B = {50 ; 51 ; 52 ; 53 ; 54 ; 55 ; 56 ; 57 ; 58 ; 59}.

(Học sinh tự vẽ biểu đồ Venn).

Bài tập 2. Ta có:

$A = \{n \in \mathbf{N} \mid 16 < n \leq 32\}$

a. Tập hợp A được viết lại dưới dạng:

A = {32; 31; 30; 29; 28; 27; 26; 25; 24; 23; 22; 21; 20; 19; 18; 17}

b. $1 \notin A$, $16 \notin A$, $29 \in A$, $25 \in A$, $10 \notin A$, $38 \notin A$.

c. *(Học sinh tự vẽ biểu đồ Venn)*

Bài tập 3. Ta có:

$A = \{n \in \mathbf{N} \mid x$ là số chẵn, $4 < n \leq 20\}$

$B = \{n \in \mathbf{N} \mid 4 < n \leq 10\}$

a. Tập hợp A và B được viết lại dưới dạng:

A = {6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20}

B = {5; 6; 7; 8; 9; 10}

b. Ta có:

C = {6; 8; 10}.

c. *(Học sinh tự vẽ biểu đồ Venn).*

Bài tập 4. Ta có:

A = {3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; 18 ; 24}

B = {4 ; 8 ; 12 ; 16 ; 20 ; 24}

a. Tập hợp A và B được viết lại dưới dạng:

$A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 3n, 1 \leq n \leq 8\}$

$B = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 4n, 0 < n \leq 6\}$

b. Ta có:

C = {12; 24}

c. *(Học sinh tự vẽ biểu đồ Venn).*

Bài tập 5. Ta được:

A = {Lê An, Nguyễn Ba, Trần Hoà}

B = { Nguyễn Ba, Lê Hoa}

Bài tập 6. Để A = B thì:

a - 2 = 6 và b + 3 = 10

$\Rightarrow$ a = 8 và b = 7

Bài tập 7. Ta có:

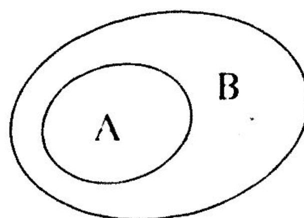
A = {1; 2; 3; 4; 5},

B = {1; 2; 3; 4; 5; a; b}

a. Không có giá trị nào của a và b để hai tập hợp A và B bằng nhau.

Vậy, hai tập A và B luôn khác nhau (cụ thể A là tập con của B).

b. Vẽ biểu đồ Venn



Bài tập 8.

a. Tập hợp A và B được viết lại dưới dạng:

A = {15; 24; 33; 42; 51; 60}.

B = {20; 24; 26; 40; 42; 46; 60; 62; 64}.

b. Ta có:

C = {24; 42; 60}.

(Học sinh tự vẽ biểu đồ Venn).

Bài tập 9. Ta có:

A = {n $\in$ **N** | n là số chẵn, $4 \le n < 10$}

a. Tập hợp A được viết lại dưới dạng:

A = {4; 6; 8}.

b. Ta được:

B = {46; 48; 64; 68; 84 86}.

Bài tập 10. Ta có:

$$A = \{n \in \mathbf{N} \mid n \text{ là số lẻ}, 2 \le n < 9\}$$

a. Tập hợp A được viết lại dưới dạng:

$A = \{3; 5; 7\}$.

b. Ta được:

$B = \{33 ; 35 ; 37 ; 53 ; 55 ; 57 ; 73 ; 75 ; 77\}$.

Nhóm Cự Môn chúng tôi đã và đang theo đuổi mục tiêu viết ra được một bộ giáo trình Toán phổ thông (PTCS và PTTH) với nội dung bao gồm:

1. *Đầy đủ các kiến thức theo quy chuẩn của BGD và ĐT.*
2. *Kiến thức được trình bày theo kiểu đặt vấn đề và các yêu cầu hành động để thay đổi kiểu dạy học theo lối thụ động.*
3. *Sau mỗi chủ đề kiến thức đều có phần hướng dẫn sử dụng máy tính Casio Fx570 Ms hoặc các phần mềm máy vi tính để trợ giúp cho việc giải toán (giảm thiểu các bài toán tính toán phức tạp).*
4. *Những chủ đề kiến thức cần thiết sẽ được chia nhỏ thành phần lý thuyết và các dạng toán để giúp cho việc dạy và học nâng cao.*
5. *Có đĩa CD kèm theo để:*
   - *Giáo viên có thể thực hiện bài giảng bằng máy chiếu.*
   - *Học sinh có thể học ngay trên máy tính.*

Do vậy, chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp có tính xây dựng của tất cả các Thầy giáo, Cô giáo, Nhà nghiên cứu, Phụ huynh và Học sinh trên toàn quốc.

CHỦ ĐỀ 2 TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. TẬP HỢP N VÀ TẬP HỢP N*

- *Tập hợp các số tự nhiên* được kí hiệu là **N**.

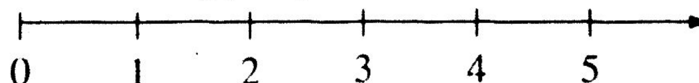
$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, n, n+1, \ldots\}$$

- *Tập hợp các số tự nhiên khác 0* được kí hiệu là **N***.

$$\mathbf{N}^* = \{1, 2, 3, 4, \ldots, n, n+1, \ldots\}$$

Từ định nghĩa trên ta thấy ngay $0 \in \mathbf{N}$ và $0 \notin \mathbf{N}^*$.

Chú ý: Các số 0, 1, 2, 3, ... là các phần tử của tập hợp **N** và chúng được biểu diễn trên một tia số (tia số nằm ngang và chiều mũi tên đi từ trái sang phải).



0 1 2 3 4 5

2. THỨ TỰ TRONG TẬP HỢP SỐ TỰ NHIÊN

Để chỉ ra được tính chất thứ tự trong tập số tự nhiên ta có các nhận xét:

1. Trong hai số tự nhiên khác nhau sẽ có một số lớn và một số nhỏ. Nếu số a nhỏ hơn số b thì ta viết $a < b$ hay $b > a$ (đọc là: *a nhỏ hơn b* hay *b lớn hơn a*).
2. Mỗi số tự nhiên được biểu diễn bằng một điểm trên tia số. Điểm biểu diễn số nhỏ hơn ở bên trái điểm biểu diễn số lớn.

   Thí dụ 1: Trên tia số, điểm biểu diễn số 2 nằm ở bên trái điểm biểu diễn số 8.
3. Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$ (gọi là *tính chất bắc cầu*).

   Thí dụ 2: Ta có:

   $$1 < 5 \text{ và } 5 < 6 \text{ suy ra } 1 < 6.$$
4. Mỗi số tự nhiên có một số liền sau và một số liền trước duy nhất.

   Thí dụ 3: Số 5 có số liền sau là số 6 và số liền trước là số 4.

   - Số 4 và số 5 gọi là hai số tự nhiên liên tiếp.

- Hai số tự nhiên liên tiếp thì hơn kém nhau một đơn vị.

5. Số 0 là số tự nhiên nhỏ nhất và không có số tự nhiên lớn nhất. Do đó, tập hợp **N** gồm vô số các phần tử.

3. CÁCH VIẾT SỐ TỰ NHIÊN TRONG HỆ THẬP PHÂN

Để chỉ ra được cách viết số tự nhiên trong hệ thập phân ta có các nhận xét:

1. Trong hệ thập phân, ta sử dụng mười chữ số: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 để viết các số tự nhiên.

   Thí dụ 4: Các số 23; 256.

2. Số tự nhiên có hai chữ số được kí hiệu:

$$\overline{ab} = 10a + b.$$

   Thí dụ 5: Ta có:

$$24 = 10.2 + 4$$

3. Số tự nhiên có ba chữ số được kí hiệu:

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c.$$

   Thí dụ 6: Ta có:

$$125 = 100.1 + 10.2 + 5.$$

Tổng quát: Số tự nhiên có n chữ số được kí hiệu: $\overline{a_1a_2...a_n}$.

Chú ý: Trong một số tự nhiên, ta cần phân biệt được *số* với *chữ số*, *số chục* với *chữ số hàng chục*, *số trăm* với *chữ số hàng trăm* ...

Thí dụ 7: Với số 1265 thì nó:

- Gồm các chữ số: 1, 2, 5, 6.
- Có số trăm là 12 và chữ số hàng trăm là 2.
- Có số chục là 126 và chữ số hàng chục là 6.
- Có chữ số hàng đơn vị là 5.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Cho các số tự nhiên:

$$199 ; 1000 ; a \ (a \in \mathbf{N}^*)$$

a. Hãy viết số tự nhiên liền sau của mỗi số.

b. Hãy viết số tự nhiên liền trước của mỗi số.

Giải

a. Số tự nhiên liền sau của:

- 199 là 199 + 1 = 200.

- 1000 là 1000 + 1 = 1001.
- a là a + 1.

b. Số tự nhiên liền trước của:

- 199 là 199 - 1 = 198.
- 1000 là 1000 - 1 = 999.
- a là a - 1.

Ví dụ 2: Tìm số tự nhiên ab. Biết a là một số lẻ không lớn hơn 3 và b là một số đứng liền sau số 6 và đứng liền trước số 8.

Giải

Số tự nhiên ab có a là chữ số hàng chục và b là chữ số hàng đơn vị, do đó $a \neq 0$.

Biết:

- a là một số lẻ không lớn hơn 3 nên a có thể là số 1 hoặc số 3.
- b là một số đứng liền sau số 6 và đứng liền trước số 8 nên b là số 7.

Vậy, số cần tìm là 17 hoặc 37.

Ví dụ 3: Viết các số tự nhiên có 4 chữ số được lập nên từ hai chữ số 0 và 1 mà trong đó mỗi chữ số xuất hiện 2 lần.

Giải

Giả sử số cần tìm là abcd

Ta thực hiện các bước sau:

- Số cần tìm là số tự nhiên nên $a \neq 0$ suy ra a = 1. Như vậy, ta còn một chữ số 1 và hai chữ số 0 để xếp vào ba vị trí còn lại.
- Nếu xếp chữ số 0 vào vị trí b thì ta được hai số cần tìm là 1001 hoặc 1010.

  Nếu xếp chữ số 1 vào vị trí b thì ta được số cần tìm là 1100.

Vậy, ta có ba số cần tìm 1001; 1010; 1100.

Ví dụ 4: Cho số A = 10111213...1920 có được bằng cách viết liên tiếp các số từ 10 đến 20. Hỏi:

a. Số A có bao nhiêu chữ số ?

b. Phải thay chữ số 0, trong số A, bằng chữ số nào để được một số mới, lớn nhất.

c. Trong số A, mỗi số 0, 1, 2, 3, ..., 9, mỗi số xuất hiện bao nhiêu lần? Chữ số nào xuất hiện nhiều nhất.

Giải

a. Ta có:

- Từ 10 đến 20 có 11 số.
- Mỗi số có 2 chữ số.

Suy ra, $11 \times 2 = 22$ chữ số.

Vậy, số A có 22 chữ số.

b. So với các chữ số, chữ số 9 có giá trị lớn nhất trong các chữ số còn lại.

Vậy, nếu thay chữ số 0 bằng chữ số 9 thì ta được một số mới có giá trị lớn nhất.

Số đó là 191112...1929.

c. Do số A có được bằng cách viết liên tiếp các số từ 10 đến 20.

Nên số A có:

- Mười lần xuất hiện chữ số 1,
- Hai lần xuất hiện các chữ số 0 và chữ số 2,
- Một lần xuất hiện các chữ số 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Vậy, chữ số 1 xuất hiện nhiều nhất.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu định nghĩa hai tập hợp **N** và **N***. Nêu sự giống nhau và khác nhau giữa chúng.

Câu hỏi 2: Hãy nêu tính chất thứ tự trong tập số tự nhiên.

Câu hỏi 3: Nêu cách viết số tự nhiên trong hệ thập phân.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Điền vào chỗ trống để các số ở mỗi dòng là các số tự nhiên liên tiếp tăng dần:

a. ... ; 99 ; ... ; ... ; 102; ...

b. ... ; a ; ... ; a + 2 ; ... ; ...

Bài tập 2. Tìm trên tia số các số tự nhiên ở bên phải số 8 và ở bên trái số 25. Hãy viết tập hợp các số đó dưới dạng chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử.

Bài tập 3. Cho ba số tự nhiên a, b, c. Biết số lớn nhất nhỏ hơn 28 và số nhỏ nhất lớn hơn 25. Có nhận xét gì về ba số tự nhiên nói trên?

Bài tập 4. Tìm số tự nhiên $\overline{ab}$. Biết a là một số chẵn không lớn hơn 5 và b là một số đứng liền sau số 2 và đứng liền trước số 4.

Bài tập 5. Tìm số tự nhiên $\overline{abc}$. Biết a là một số nhỏ hơn 2, b là một số đứng liền sau số 7 và c là một số lẻ nhỏ hơn 4.

Bài tập 6. Tìm số tự nhiên $\overline{ab}$. Biết: $3 < a < b < 8$.

Bài tập 7. Viết các số tự nhiên có 6 chữ số được lập nên từ hai chữ số 0 và 1 mà trong đó mỗi chữ số xuất hiện 3 lần.

Bài tập 8. Tìm số tự nhiên có 10 chữ số khác nhau có giá trị lớn nhất. Số tự nhiên có 10 chữ số khác nhau mà có giá trị nhỏ nhất là số nào ?

Bài tập 9. Cho số A = 123...1920 có dược bằng cách viết liên tiếp các số từ 1 đến 20. Hỏi:

a. Số A có bao nhiêu chữ số?

b. Phải thay chữ số 0, trong số A, bằng chữ số nào để được một số mới, lớn nhất.

c. Trong số A, mỗi số 0, 1, 2, 3, ..., 9, mỗi số xuất hiện bao nhiêu lần? Chữ số nào xuất hiện nhiều nhất.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1. Các số tự nhiên liên tiếp:

a. 98 ; 99 ; 100 ; 101 ; 102; 103.

b. $a - 1$; a ; $a + 1$; $a + 2$; $a + 3$; $a + 4$.

Bài tập 2. Trên tia số các số tự nhiên ở bên phải số 8 và ở bên trái số 25 gồm:

9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24.

Ta được:

$$A = \{n \in \mathbf{N} \mid 8 < n < 25\}.$$

Bài tập 3. Số lớn nhất nhỏ hơn 28 và số nhỏ nhất lớn hơn 25 nên:

$$25 < a, b, c < 28.$$

Vậy, trong ba số a, b, c phải có ít nhất hai số bằng nhau. Số lớn nhất bằng 27 và số nhỏ nhất bằng 26.

Bài tập 4. Ta có:

- a là một số chẵn không lớn hơn 5, suy ra $a = 2$ hoặc $a = 4$.
- b là một số đứng liền sau số 2 và đứng liền trước số 4, suy ra $b = 3$.

Vậ, số cần tìm là: 23 hoặc 43.

Bài tập 5. Ta có:

- a là một số nhỏ hơn 2, suy ra $a = 1$.
- b là một số đứng liền sau số 7, suy ra $b = 8$.
- c là một số lẻ nhỏ hơn 4, suy ra $b = 1$ hoặc $b = 3$.

Vậy, số cần tìm là: 181 hoặc 183.

Bài tập 6. Ta có:

$3 < a < b < 8$

Suy ra ta có bảng sau:

a	b	ab
4	5	45
4	6	46
4	7	47
5	6	56
5	7	57
6	7	67

Vâyh, các số cần tìm là: 45, 46, 47, 56, 57, 67.

Bài tập 7. Các số cần tìm là: 100011, 100101, 100110, 101001, 101010, 101100, 110001, 110010, 110100, 111000.

Bài tập 8. Ta có:

Số tự nhiên có 10 chữ số khác nhau có giá trị lớn nhất: 9876543210.

Số tự nhiên có 10 chữ số khác nhau có giá trị nhỏ nhất: 1023456789.

Bài tập 9. A = 1234...1920

a. Ta có:

- Từ 1 đến 9 có 9 số. Mỗi số có 1 chữ số.
- Từ 10 đến 20 có 11 số. Mỗi số có 2 chữ số.

Suy ra, $9 + 11 \times 2 = 31$ chữ số.

Vậy, số A có 31 chữ số.

b. Phải thay chữ số 0 bằng chữ số 9 thì ta được một số mới có giá trị lớn nhất.

Số đó là: 123...891911...1929

c. Số A có:

- 11 lần xuất hiện chữ số 1,
- 3 lần xuất hiện chữ số 2,
- 2 lần xuất hiện các chữ số 0, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Vậy, chữ số 1 xuất hiện nhiều nhất.

CHỦ ĐỀ 3 SỐ PHẦN TỬ CỦA MỘT TẬP HỢP TẬP HỢP CON

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. SỐ PHẦN TỬ CỦA MỘT TẬP HỢP

Để trả lời được câu hỏi " *Một tập hợp có thể có bao nhiêu phần tử ?* ", chúng hãy bắt đầu với thí dụ sau:

Thí dụ 1: Cho các tập hợp:

$A = \{8\}$,

$B = \{a, b, c, d\}$,

$\mathbf{N} = \{0; 1; 2;...\}$,

$C = \{x \in \mathbf{N} \mid x + 8 = 5\}$.

Ta có nhận xét sau:

- Tập hợp A có một phần tử.
- Tập hợp B có bốn phần tử.
- Tập hợp **N** có vô số phần tử.
- Tập hợp C không có phần tử nào.

Như vậy ta được:

> *Một tập hợp có thể có một phần tử, có nhiều phần tử, có vô số phần tử hoặc cũng có thể không có phần tử nào.*
>
> *Tập hợp không có phần tử nào được gọi là tập hợp rỗng, kí hiệu là $\varnothing$.*

2. TẬP HỢP CON

Để làm quen được với khái niệm " *Tập con* ", chúng hãy bắt đầu với thí dụ sau:

Thí dụ 2: Cho hai tập hợp:

$A = \{a, b\}$,

$B = \{a, b, c, d\}$.

Ta thấy ngay, *mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B*, khi đó ta nói " *A là tập hợp con của tập hợp B* ".

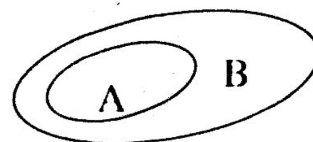
Như vậy, ta được:

Cho hai tập hợp A và B. Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B thì tập hợp A gọi là tập hợp con của tập hợp B.

Kí hiệu:

$A \subset B$ hay $B \supset A$

đọc là *A là tập hợp con của tập hợp B* hoặc *A được chứa trong B* hoặc *B chứa A*.



Hình trên minh hoạ việc sử dụng biểu đồ Venn cho $A \subset B$.

Nhận xét: 1. Mỗi tập hợp khác tập ∅ có ít nhất hai tập hợp con là tập hợp rỗng ∅ và chính nó.

2. Nếu $A \subset B$ và $B \subset A$ thì $A = B$. Khi đó A và B là hai tập hợp bằng nhau.

3. GIAO CỦA HAI TẬP HỢP

Để làm quen được với khái niệm " *Giao của hai tập hợp* ", chúng hãy bắt đầu với thí dụ sau:

Thí dụ 3: Cho ba tập hợp:

$A = \{a, b, e\}$,

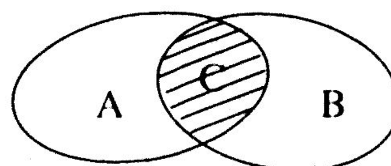
$B = \{a, b, c, d\}$.

$C = \{a, b\}$

Ta thấy ngay, *tập hợp C bao gồm các phần tử đồng thời thuộc hai tập hợp A và B*, khi đó ta nói " *C là giao của hai tập hợp A và B* ".

Như vậy ta được:

Cho hai tập hợp A và B. Tập hợp C gồm các phần tử vừa thuộc tập hợp A vừa thuộc tập hợp B, được gọi là giao của hai tập hợp A và B.



Kí hiệu:

$$A \cap B = C = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}.$$

Nhận xét: Nếu $A \subset B$ thì $A \cap B = A$.

4. HỢP CỦA HAI TẬP HỢP

Để làm quen được với khái niệm " *Hợp của hai tập hợp* ", chúng hãy bắt đầu với thí dụ sau:

Thí dụ 4: Cho ba tập hợp:

A = {a, b, e},

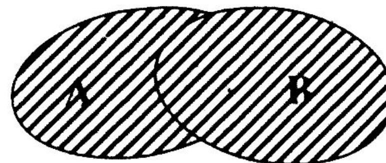
B = {a, b, c, d}.

C = {a, b, c, d, e}.

Ta thấy ngay, *tập hợp C bao gồm các phần tử hoặc thuộc tập hợp A hoặc thuộc tập hợp B*, khi đó ta nói " *C là hợp của hai tập hợp A và B* ".

Như vậy ta được:

> *Cho hai tập hợp A và B. Tập hợp D gồm các phần tử thuộc tập hợp A hoặc thuộc tập hợp B, được gọi là hợp của hai tập hợp A và B.*



Kí hiệu:

$A \cup B = D = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$

Nhận xét: Nếu $A \subset B$ thì $A \cup B = B$.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Cho A là tập hợp các số có ba chữ số được tạo thành bởi ba chữ số 0, 5, 8 và mỗi chữ số chỉ xuất hiện một lần.

a. Tập hợp A có bao nhiêu phần tử.

b. A có bao nhiêu tập hợp con ? Liệt kê tất cả các tập hợp đó.

Giải

a. Ta có:

A = {508; 580; 805; 850}

Vậy, tập hợp A có 4 phần tử.

b. Các tập hợp con của tập A :

Tập ∅

- Có một phần tử:

{508} ; {580} ; {805} ; {850}.

- Có hai phần tử:

{508; 580} ; {508; 805} ; {508; 850};

{580; 805} ; {580; 850};{805; 850}.

- Có ba phần tử:

{508; 580; 805} ; {508; 805; 850} ;

{508; 850; 850} ; {580; 805; 850}.

- Có bốn phần tử (chính là tập A):

$\{508; 580; 805; 850\}$.

Vậy, A có 16 tập hợp con.

Ví dụ 2: Viết các tập hợp sau và cho biết mỗi tập hợp có bao nhiêu phần tử:

a. Tập hợp A gồm các số tự nhiên sao cho x + 5 = 12.

b. Tập hợp B gồm các số tự nhiên sao cho x - 7 = 21.

c. Tập hợp C gồm các số tự nhiên sao cho x.0 = 0.

d. Tập hợp D gồm các số tự nhiên sao cho x.0 = 10.

Giải

a. Ta có:

$A = \{x \in N \mid x + 5 = 12\}$.

Để có được:

$x + 5 = 12 \Leftrightarrow x = 7 \Rightarrow A = \{7\}$.

Vậy, tấp hợp A có 1 phần tử.

b. Ta có:

$B = \{x \in N \mid x - 7 = 21\}$.

Để có được:

$x - 7 = 21 \Leftrightarrow x = 28 \Rightarrow B = \{28\}$.

Vậy, tập hợp B có 1 phần tử.

c. Ta có:

$C = \{x \in N \mid x.0 = 0\}$.

Với mọi số tự nhiên x ta luôn có $x.0 = 0 \Rightarrow C = N = \{0; 1; 2; \quad ; n; \quad \}$.

Vậy, tập hợp C có vô số phần tử.

d. Ta có:

$D = \{x \in N \mid x.0 = 10\}$.

Không tồn tại số tự nhiên x nào dê $x.0 = 10 \Rightarrow D = \varnothing$.

Vậy, tập hợp D có không có phần tử nào.

Ví dụ 3: Cho hai tập hợp:

$A = \{2; 4; 5; 7; 8; 9; 14; 16; 19; 25; 31\}$,

$B = \{x \in N \mid 6 \le x \le 14\}$.

a. Tìm giao của hai tập hợp A và B.

b. Tìm hợp của hai tập hợp A và B.

c. Vẽ biểu đồ Venn để minh hoa.

Giải

Ta có:

A = {2; 4; 5; 7; 8; 9; 14; 19; 25; 31}.

B = {6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14}.

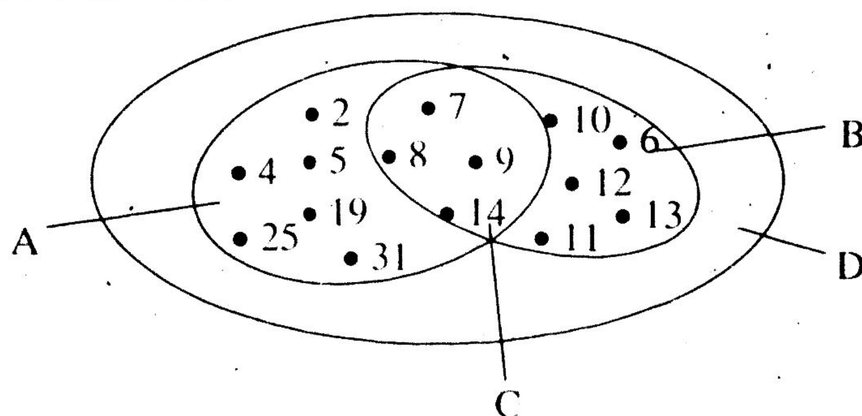
a. Gọi C là giao của hai tập hợp A và B, ta có:

C = {7; 8; 9; 14}.

b. Gọi D là giao của hai tập hợp A và B, ta có:

D = {2; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 19; 25; 31}.

c. Vẽ biểu đồ Venn:



Ví dụ 4: Cho hai tập hợp:

A = {5, 6, 7, ..., 100},

B = {6, 8, 10, ..., 100}.

a. Tập A có bao nhiêu phần tử ?

b. Tập B có bao nhiêu phần tử ?

c. Tìm giao của hai tập hợp đó.

Giải

a. Ta có:

- Từ 1 đến 100 có 100 số.
- Từ 5 đến 100 bỏ đi 4 số đầu nên còn 100 – 4 = 96 số.

Vậy, A có 96 phần tử.

b. Ta có:

- Từ 1 đến 100 có 50 số chẵn.
- Từ 6 đến 100 bỏ đi 2 số chẵn nên còn 50 – 2 = 48 số.

Vậy, B có 48 phần tử.

c. Ta có:

$A \cap B = \{6, 8, 10, ..., 100\} = B.$

Nhân xét: Tập hợp các số tự nhiên từ a đến b có:

1. (b - a + 1) số tự nhiên liên tiếp.
2. (b - a) : 2 + 1 số tự nhiên chẵn.
3. (b - a) : 2 + 1 số tự nhiên lẻ.

Ví dụ 5: Tìm hai tập hợp A và B biết:

$A \cap B = \{2; 4; 6; 8\},$

$A \cup B = \{2; 4; 6; 8; 9; 10\}.$

Giải

Nhận xét:

- $A \cap B = \{2; 4; 6; 8\}$. Vậy, trong A và B chứa ít nhất 4 phần tử.
- $A \cup B = \{2; 4; 6; 8; 9; 10\}$. Vậy, trong A và B chứa nhiều nhất 6 phần tử.

Từ đó, suy ra các trường hợp của A và B như sau:

- $A = \{2; 4; 6; 8\}$ và $B = \{2; 4; 6; 8; 9; 10\}$.
- $A = \{2; 4; 6; 8; 9; 10\}$ và $B = \{2; 4; 6; 8\}$.
- $A = \{2; 4; 6; 8; 9\}$ và $B = \{2; 4; 6; 8; 10\}$.
- $A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$ và $B = \{2; 4; 6; 8; 9\}$.

Vậy, có bốn cặp tập hợp cần tìm.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Một tập hợp có thể có bao nhiêu phần tử ? Cho ví dụ về tập hợp có 1 phần tử, 3 phần tử, vô số phần tử và không có phần tử nào.

Câu hỏi 2: Phát biểu định nghĩa tập hợp con và cho ví dụ.

Câu hỏi 3: Mỗi tập hợp khác tập $\varnothing$ có ít nhất bao nhiêu tập con.

Câu hỏi 4: Mệnh đề " Nếu $A \subset B$ và $B \subset A$ thì $A = B$ " đúng hay sai ? Vì sao ?

Câu hỏi 5: Phát biểu khái niệm giao của hai tập hợp và cho ví dụ. Sử dụng biểu đồ Venn để minh hoạ khái niệm giao của hai tập hợp.

Câu hỏi 6: Mệnh đề " Nếu $A \subset B$ thì $A \cap B = A$ " đúng hay sai ? Vì sao ?

Câu hỏi 7: Phát biểu khái niệm hợp của hai tập hợp và cho ví dụ. Sử dụng biểu đồ Venn để minh hoạ khái niệm hợp của hai tập hợp.

Câu hỏi 8: Mệnh đề " Nếu $A \subset B$ thì $A \cup B = B$ " đúng hay sai ? Vì sao ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Cho A là tập hợp các số có ba chữ số được tạo thành bởi ba chữ số 0, 2, 4 và mỗi chữ số chỉ xuất hiện một lần.,

a. Tập hợp A có bao nhiêu phần tử.

b. A có bao nhiêu tập hợp con? Liệt kê tất cả các tập hợp đó.

Bài tập 2. Cho A là tập hợp các số có bốn chữ số được tạo thành bởi bốn chữ số 0, 3, 5, 7 và mỗi chữ số chỉ xuất hiện một lần.

a. Tập hợp A có bao nhiêu phần tử.

b. Liệt kê các tập hợpcon của tập hợp A.

Bài tập 3. Viết các tập hợp sau và cho biết mỗi tập hợp có bao nhiêu phần tử:

a. Tập hợp A gồm các số tự nhiên sao cho:

$x + 3 = 12.$

b. Tập hợp B gồm các số tự nhiên sao cho:

$x - 5 = 14.$

c. Tập hợp C gồm các số tự nhiên sao cho:

$x.0 = 0.$

d. Tập hợp D gồm các số tự nhiên sao cho:

$x + 3 = 1.$

Bài tập 4. Viết các tập hợp sau và cho biết mỗi tập hợp có bao nhiêu phần tử:

a. Tập hợp A gồm các số tự nhiên sao cho:

$x + 9 = 21.$

b. Tập hợp B gồm các số tự nhiên sao cho:

$x - 18 = 6.$

c. Tập hợp C gồm các số tự nhiên sao cho:

$x + 15 = 4.$

d. Tập hợp D gồm các số tự nhiên sao cho:

$2x + 3 = 1$.

Bài tập 5. Viết các tập hợp sau và cho biết mỗi tập hợp có bao nhiêu phần tử:

a. Tập hợp A gồm các số tự nhiên sao cho:

$3x - 2 = 4$.

b. Tập hợp B gồm các số tự nhiên sao cho:

$2x + 4 = 3$.

c. Tập hợp A gồm các số tự nhiên sao cho:

$8 - x = 3$.

Bài tập 6. Cho tập hợp:

$A = \{a, b, c\}$

a. Liệt kê các tập hợp con của tập hợp A.

b. Tập hợp các tập hợp con của tập hợp A có bao nhiêu phần tử.

Bài tập 7. Tìm số phần tử của các tập hợp sau:

a. $A = \{19, 20, 21, ..., 1001\}$.

b. $B = \{2, 4, 6, ..., 104\}$.

c. $C = \{5, 7, 9, ..., 153\}$.

Bài tập 8. Cho hai tập hợp:

$A = \{1, 6, 7, 8, 13, 25\}$,

$B = \{x \in \mathbf{N} \mid 2 \leq x \leq 10\}$.

a. Tìm giao của hai tập hợp A và B.

b. Tìm hợp của hai tập hợp A và B.

c. Vẽ biểu đồ Venn để minh hoạ.

Bài tập 9. Tìm hai tập hợp A và B biết:

$A \cap B = \{a, b, c\}$,

$A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Ta có:

A = {204 ; 240 ; 402 ; 420}

Vậy, tập hợp A có 4 phần tử.

b. Ta có các tập hợp con của A:

$A_1 = \varnothing$,

A_2 = {204}, A_3 = {240}, A_4 = {402}, A_5 = {420},

A_6 = {204, 240}, A_7 = {204, 402}, A_8 = {204, 420},

A_9 = { 240, 402}, A_{10} = { 240, 420}, A_{11} = { 402, 420},

A_{12} = {204, 240, 402}, A_{13} = {204, 240, 420},

A_{14} = {204, 402, 420}, A_{15} = {240, 402, 420},

A_{16} = {204 ; 240 ; 402 ; 420}.

Vậy, tập hợp A có 16 tập hợp con.

Bài tập 2.

a. Ta có

A = {3057, 3075, 3507, 3570, 3705, 3750,
5037, 5073, 5307, 5370, 5703, 5730,
7035, 7053, 7305, 7350, 7503, 7530}

Vậy, tập hợp A có 18 phần tử.

b. *(Học sinh tự liệt kê các phần tử của tập hợp A)*

Bài tập 3.

a. Ta có:

$x + 3 = 12 \Rightarrow x = 12 - 3 \Rightarrow x = 9.$

Vậy, A = {9}.

b. Ta có:

$x - 5 = 14 \Rightarrow x = 14 + 5 \Rightarrow x = 19.$

Vậy, B = {19}.

c. Ta có:

$x.0 = 0 \Rightarrow x = 0, 1, 2, ..., n, ...$

Vậy, C = **N** = {0, 1, 2, ..., n, ...}.

d. Ta có:

$x + 3 = 1$ (vô lý vì không có số tự nhiên nào thoả mãn).

Vậy, $D = \varnothing$.

Bài tập 4.

a. Ta có:

$x + 9 = 21 \Rightarrow x = 21 - 9 \Rightarrow x = 12$

Vậy, $A = \{12\}$.

b. Ta có:

$x - 18 = 6 \Rightarrow x = 6 + 18 \Rightarrow x = 24$.

Vậy, $B = \{24\}$.

c. Ta có:

$x + 15 = 4$ (vô lý vì không có số tự nhiên nào thoả mãn).

Vậy, $C = \varnothing$.

d. Ta có:

$2x + 3 = 1$ (vô lý vì không có số tự nhiên nào thoả mãn).

Vậy, $D = \varnothing$.

Bài tập 5.

a. Ta có:

$3x - 2 = 4 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

Vậy, $A = \{2\}$.

b. Ta có.

$2x + 4 = 3 \Rightarrow 2x = -1$(vô lý vì không có số tự nhiên nào thoả mãn).

Vậy, $B = \varnothing$.

c. Ta có:

$8 - x = 3 \Rightarrow x = 8 - 3 \Rightarrow x = 5$.

Vậy; $C = \{5\}$.

Bài tập 6.

a. Ta có, các tập hợp con của A:

$A_1 = \varnothing$,

$A_2 = \{a\}$, $A_3 = \{b\}$, $A_4 = \{b\}$,

$A_5 = \{a, b\}$, $A_6 = \{a, c\}$, $A_7 = \{b, c\}$,

$A_8 = \{a, b, c\}$.

b. Vậy, tập hợp các tập hợp con của A có 8 phần tử.

Bài tập 7.

a. Ta có:

$A = \{19, 20, 21, ..., 1001\}$

Suy ra, số phần tử của tập hợp A bằng:

$(1001 - 19) + 1 = 983.$

Vậy, A có 983 phần tử.

b. Ta có:

$B = \{2, 4, 6, ..., 104\}$

là tập hợp các số tự nhiên chẵn từ 2 đến 104.

Suy ra, số phần tử của tập hợp B bằng:

$\frac{104 - 2}{2} + 1 = 52.$

Vậy, B có 52 phần tử.

c. Ta có:

$C = \{5, 7, 9, ..., 153\}$

là tập hợp các số tự nhiên lẻ từ 5 đến 153.

Suy ra, số phần tử của tập hợp C bằng:

$\frac{153 - 5}{2} + 1 = 75.$

Vậy, C có 75 phần tử.

Bài tập 8.

$A = \{1, 6, 7, 8, 13, 25\},$

$B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}.$

a. Ta có:

$A \cap B = \{6, 7, 8\}.$

b. Ta có:

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 25\}.$

c. *(Học sinh tự vẽ biểu đồ Venn)*

Bài tập 9.

Ta có:

- $A \cap B = \{a, b, c\}$, suy ra: $\begin{cases} \{a, b, c\} \subset A \\ \{a, b, c\} \subset B \end{cases}$.

- $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$, suy ra: $\begin{cases} A \subset \{a, b, c, d, e\} \\ B \subset \{a, b, c, d, e\} \end{cases}$.

Từ đó, ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1. $A = \{a, b, c\}$ và $B = \{a, b, c, d, e\}$.

Trường hợp 2. $A = \{a, b, c, d\}$ và $B = \{a, b, c, e\}$.

Trường hợp 3. $A = \{a, b, c, d, e\}$ và $B = \{a, b, c\}$.

Trường hợp 4. $A = \{a, b, c, e\}$ và $B = \{a, b, c, d\}$.

CHỦ ĐỀ 4

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP NHÂN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. TỔNG VÀ TÍCH HAI SỐ TỰ NHIÊN

Thí dụ 1: Ta có:

3 + 5 = 8 - Đúng

3 + 5 = 11 - Sai

Vậy, với phép cộng hai số tự nhiên ta có nhận xét:

Khi thực hiện phép cộng hai số tự nhiên bất kì ta được kết quả là một số tự nhiên duy nhất gọi là tổng.

$$\underset{\text{(Số hạng)}}{a} + \underset{\text{(Số hạng)}}{b} = \underset{\text{(Tổng)}}{c}$$

Thí dụ 2: Ta có:

3.5 = 15 - Đúng

3.5 = 35 - Sai

Vậy, với phép nhân hai số tự nhiên ta có nhận xét:

Khi thực hiện phép nhân hai số tự nhiên bất kì ta được kết quả là một số tự nhiên duy nhất gọi là tích.

$$\underset{\text{(Thừa số)}}{a} \;.\; \underset{\text{(Thừa số)}}{b} = \underset{\text{(Tích)}}{c}$$

2. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CỘNG VÀ PHÉP NHÂN HAI SỐ TỰ NHIÊN

Tính chất 1: (*Tính chất giao hoán*).

- Khi muốn đổi chỗ các số hạng trong một tổng thì tổng không đổi.

$$a + b = b + a.$$

- Khi muốn đổi chỗ các thừa số trong một tích thì tích không đổi.

$$a.b = b.a.$$

Tính chất 2: (*Tính chất kết hợp*)

- Muốn cộng một tổng hai số với một số thứ ba, ta có thể cộng số thứ nhất với tổng của số thứ hai và số thứ ba.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

- Muốn nhân một tích hai số với một số thứ ba, ta có thể nhân số thứ nhất với tích của số thứ hai và số thứ ba.

$$(a . b) . c = a . (b . c)$$

Tính chất 3: (*Tính chất phân phối giữa phép nhân đối với phép cộng*).

Muốn nhân một số với một tổng, ta có thể nhân số đó với từng số hạng của tổng rồi cộng lại

$$(a + b) c = ac + bc$$

Tính chất 4: (*Phép cộng và phép nhân với phần tử trung hoà*)

- Tổng của một số bất kì với số 0 là chính nó.

$$a + 0 = a$$

- Tích của một số bất kì với số 1 là chính nó.

$$a.1 = a$$

Thí dụ 3: Tính nhanh:

a. (27 + 59) + 73.

b. 37.7 + 80. 3 + 43.7.

Giải

a Áp dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp, ta có:

$$(27 + 59) + 73 = (27 + 73) + 59 = 100 + 59 = 159.$$

b. Áp dụng tính chất giao hoán, tính chất kết hợp và tính chất phân phối giữa phép nhân và phép cộng, ta có:

$$37.7 + 80.3 + 43.7 = 7.(37 + 43) + 80.3$$
$$= 7.80 + 80.3 = 80.(7 + 3) = 80.10$$
$$= 800.$$

Nhận xét: Thực hiện phép tính bằng cách áp dụng các tính chất sẽ dễ dàng hơn khi thực hiện phép tính theo nguyên tắc từ trái sang phải.

$$(27 + 59) + 73 = 86 + 73 = 159.$$

$$37.7 + 80.3 + 43.7 = 259 + 240 + 301 = 800.$$

II. VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Thực hiện các phép tính:

a. $973 + 45$.

b. $(321 + 27) + 79$.

c. $189 + 424 + 511 + 276 + 55$.

d. $25.9.40$.

e. $39.8 + 60.2 + 21.8$.

Giải

a. Ta có:

$$973 + 45 = 973 + 23 + 22 = 1000 + 22 = 1022.$$

b. Ta có:

$$(321 + 27) + 79 = (321 + 79) + 27 = 400 + 27 = 427.$$

c. Ta có:

$$\begin{aligned}189 + 424 + 511 + 276 + 55 &= (189 + 511) + (424 + 276) + 55\\ &= 700 + 700 + 55 = 1400 + 55\\ &= 1455.\end{aligned}$$

d. Ta có:

$$25.9.40 = (25.40).9 = 1000.9 = 9000.$$

e. Ta có:

$$\begin{aligned}39.8 + 60.2 + 21.8 &= 8(39 + 21) + 60.2 = 8.60 + 60.2\\ &= 60(8 + 2) = 60.10 = 600.\end{aligned}$$

Ví dụ 2: Tính tổng:

a. $S = 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100$.

b. $S = 1 + 2 + 3 + ... + n$.

Giải

a. Ta có thể sử dụng một trong hai cách lập luận sau:

Cách 1: Ta có:

$$S = 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100. \quad (1)$$

Theo tính chất giao hoán của phép cộng, ta có thể viết lại dưới dạng:

$$S = 100 + 99 + ... + 3 + 2 + 1. \quad (2)$$

Cộng hai vế của (1) và (2), ta được:

$$2S = (1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100) + (100 + 99 + ... + 3 + 2 + 1)$$

$$= (1 + 100) + (2 + 99) + ... + (99 + 2) + (100 + 1)$$

$$= \underbrace{101 + 101 + ... + 101 + 101}_{100 \text{ Số hạng}} = 100.\ 101$$

$$\Rightarrow S = 100.\ 101 : 2 = 50.101 = 5050.$$

Cách 2: Nhận xét rằng cặp hai số đầu và cuối, cũng như từng cặp hai số cách đều số đầu và số cuối đều có tổng bằng 101, và trong tổng:

$$S = 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100$$

có 50 cặp như thế, do đó kết quả là:

$$S = 50.101 = 5050.$$

b. Ta có thể sử dụng một trong hai cách lập luận sau:

Cách 1: Ta có:

$$S = 1 + 2 + 3 + ... + n. \quad (3)$$

Theo tính chất giao hoán của phép cộng, ta có thể viết lại dưới dạng:

$$S = n + ... + 3 + 2 + 1. \quad (4)$$

Cộng hai vế của (3) và (4), ta được:

$$2S = (1 + 2 + 3 + ... + n - 1 + n) + (n + n - 1 + ... + 3 + 2 + 1)$$

$$= (1 + n) + (2 + n - 1) + ... + (n - 1 + 2) + (n + 1)$$

$$= \underbrace{(n+1) + (n+1) + ... + (n+1)(n+1)}_{n \text{ Số hạng}} = n(n + 1)$$

$$\Rightarrow S = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Cách 2: Nhận xét rằng cặp hai số đầu và cuối, cũng như từng cặp hai số cách đều số đầu và số cuối đều có tổng bằng n + 1, và trong tổng:

$$S = 1 + 2 + 3 + ... + n$$

có $\frac{n}{2}$ cặp như thế, do đó kết quả là :

$$S = \frac{n}{2}(n+1) = \frac{n(n+1)}{2}. \qquad (*)$$

Nhận xét:

1. Bắt đầu từ bây giờ, ta có thể áp dụng công thức (*) để tính tổng các số tự nhiên liên tiếp.
2. Quy tắc sử dụng trong cách 2 cũng đúng với các số tự nhiên cách đều, chẳng hạn:
   - Tổng các số chẵn liên tiếp 2 + 4 + ... + 100.
   - Tổng các số lẻ liên tiếp 1 + 3 + ... + 99.
   - Mở rộng 101 + 103 + ... + 199.

Ví dụ 3: Một chiếc đồng hồ treo tường có đặc điểm như sau: Khi kim phút chỉ đúng số 12 thì đồng hồ đánh số chuông tương ứng với số mà kim giờ chỉ. Hỏi một ngày đồng hồ phải đánh bao nhiêu tiếng chuông ?

Giải

Từ 1 giờ đến 12 giờ, số chuông mà đồng hồ đánh là:

$$1 + 2 + 3 + ... + 11 + 12 = \frac{12(12+1)}{2} = 78 \text{ (tiếng)}$$

Mà mỗi ngày kim giờ phải quay hai vòng, nên số chuông đồng hồ đánh mỗi ngày là:

$2 \times 78 = 156$ (tiếng)

Vậy, mỗi ngày đồng hồ đánh 156 tiếng chuông.

Ví dụ 4: Thay những dấu * thành những chữ số thích hợp :

```
   * *
+
   * *
 -----
 * 9 7
```

Giải

Ta có :

- Tổng của hai chữ số hàng chục là * 9. Mà mỗi số hạng chỉ có đến hàng chục. Nhưng tổng của các số hàng chục lớn nhất là:

  $9 + 9 = 18 < *9$.

- Vậy, tổng các chữ số hàng đơn vị phải lớn hơn 10 để nhớ 1 sang hàng chục. Trong trường hợp này, ta được tổng hàng đơn vị là 17.

Vậy:

$$\begin{array}{r} * \; 8 \\ + \; * \; 9 \\ \hline * \; 9 \; 7 \end{array} \quad \text{hoặc} \quad \begin{array}{r} * \; 9 \\ + \; * \; 8 \\ \hline * \; 9 \; 7 \end{array}$$

Ta có 9 + 9 = 18. Nhưng còn nhớ 1 nên chúng có tổng bằng 19. Vậy, phép tính cần tìm có dạng:

$$\begin{array}{r} 9 \; 8 \\ + \; 9 \; 9 \\ \hline 1 \; 9 \; 7 \end{array} \quad \text{hoặc} \quad \begin{array}{r} 9 \; 9 \\ + \; 9 \; 8 \\ \hline 1 \; 9 \; 7 \end{array}$$

Ví dụ 5: Thay những dấu * thành những chữ số thích hợp :

$$\begin{array}{rl} 1 \; 8 & \quad (1) \\ * \; 9 & \quad (2) \\ \hline * \; * \; 2 & \quad (3) \\ * \; * \;\;\; & \quad (4) \\ \hline * \; * \; * \; 2 & \end{array}$$

Giải

Ta có :

– Dòng (3) là kết quả của tích 18 × 9 = 162. Vậy, ta được:

$$\begin{array}{r} 1 \; 8 \\ * \; 9 \\ \hline 1 \; 6 \; 2 \\ * \; * \;\;\; \\ \hline * \; * \; * \; 2 \end{array}$$

– Dòng (4) là một số có 2 chữ số được tạo thành bởi tích 18 × *. Nên * có thể lấy các giá trị từ 1 đến 5. Mà kết quả là một số có 4 chữ số nên tổng của 162 + * * ≥ 1002. Do đó, ta chọn * = 5. Vậy, phép tính cần tìm:

$$\begin{array}{r} 1 \; 8 \\ 5 \; 9 \\ \hline 1 \; 6 \; 2 \\ 9 \; 0 \;\;\; \\ \hline 1 \; 0 \; 6 \; 2 \end{array}$$

Ví dụ 6: Xác định các dạng của tích sau:

a. $A = \overline{ab}(100 + 1)$.

b. $B = \overline{abc}.7.11.(7 + 6)$:

Giải

a. Ta có:

$$A = \overline{ab}.101.$$

Đặt phép tính, ta được:

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 0 & 1 \\ & \times & a & b \\ \hline & b & 0 & b \\ a & 0 & a & \\ \hline a & b & a & b \end{array}$$

Vậy, $A = \overline{abab}$.

b. Ta có:

$$B = \overline{abc}.7.11.(7 + 6) = \overline{abc}.7.11.13 = \overline{abc}.1001.$$

Đặt phép tính, ta được:

$$\begin{array}{cccccc} & & 1 & 0 & 0 & 1 \\ & & \times & a & b & c \\ \hline & & c & 0 & 0 & c \\ & b & 0 & 0 & b & \\ a & 0 & 0 & a & & \\ \hline a & b & c & a & b & c \end{array}$$

Vậy, $A = \overline{abcabc}$.

Ví dụ 7: Tính các tích sau:

a. A = 1. 2. 3. 4. 5. 6.

b. B = 1. 2. 3. 4 + 1. 2. 3.

Giải

a. Ta có:

A = 1. 2. 3. 4. 5. 6 = (2. 5). 3.(4. 6) = 10. 3. 24 = 30. 24 = 720.

b. Ta có:

B = 1.2.3.4 + 1.2.3 = 24 + 6 = 30.

Chú ý: Ta kí hiệu:

$$1.2.3.4 \ldots n = n!$$

là tích các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến n, đọc là ***n giai thừa***.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Khi thực hiện phép cộng hai số tự nhiên bất kì ta được kết quả là gì ?

Câu hỏi 2: Khi thực hiện phép nhân hai số tự nhiên bất kì ta được kết quả là gì ?

Câu hỏi 3: Nêu các tính chất của phép cộng và phép nhân hai số tự nhiên.

Câu hỏi 4: Chứng minh rằng $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Thực hiện các phép tính:

a. $963 + 45$

b. $(331 + 29) + 69$

c. $185 + 434 + 515 + 266 + 155$

d. $15.9.40$

e. $29.8 + 50.2 + 31.8$

Bài tập 2. Thay các chữ bởi các chữ số thích hợp:

a. $\begin{array}{r} a\,b\,c \\ +\ a\,c\,b \\ \hline b\,c\,a \end{array}$

b. $\begin{array}{r} a\,b\,c \\ +\ b\,b \\ \hline c\,b\,a \end{array}$

Bài tập 3. Thay những dấu * thành những chữ số thích hợp :

a. $\begin{array}{r} 1\,*\,*\,2 \\ \times\ 9 \\ \hline 1\,7\,*\,3\,* \end{array}$

b. $\begin{array}{r} *\,9\,9 \\ \times\ 1\,* \\ \hline 4\,*\,*\,5 \\ 9\,*\,9 \\ \hline *\,*\,9\,*\,* \end{array}$

Bài tập 4. Tính tổng:

a. $S = 1 + 2 + \ldots + 1000$.

b. $S = 2 + 4 + \ldots + 2004$.

c. $S = 1 + 3 + 5 + \ldots + 789$.

Bài tập 5. Tính tổng:

a. $S = 12 + 14 + ... + 1002$.

b. $S = 15 + 16 + ... + 1001$.

c. $S = 3 + 5 + 7 + ... + 2003$.

Bài tập 6. Tính các tích sau:

a. $A = 5!$

b. $B = 7!$

c. $C = 6! + 4!$

d. $D = 3! + 5! + 7!$

Bài tập 7. Tính các tích sau:

a. $A = 4! + 2.3!$

b. $B = 5.\ 2! + 7!$

c. $C = 6! + 3\ .\ 4!$

d. $D = 3\ .3! + 2.\ 5! + 7!$

Bài tập 8. So sánh A và B mà không cần tính giá trị của A và B, biết:

$A = 123.\ 123$,

$B = 121.\ 124$.

Bài tập 9. So sánh A và B mà không cần tính giá trị của A và B, biết:

$A = 2004.\ 2004$,

$B = 2002.\ 2006$.

Bài tập 10. Tính nhẩm:

a. $A = 34.\ 101$.

b. $B = 997 + 34$.

c. $C = 345.\ 1001$.

d. $D = 54 + 191$.

Bài tập 11. Tính nhanh:

a. Biết $37.3 = 111$. Tính: $37.\ 15$.

b. Biết $5\ 291.\ 21 = 111\ 111$. Tính: $5\ 291.\ 42$.

V.HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Ta có:

$$963 + 45 = 963 + 37 + 8 = 1008.$$

b. Ta có:

$$(331 + 29) + 69 = (331 + 69) + 29 = 429.$$

c. Ta có:

$$185 + 434 + 515 + 266 + 155 = (185 + 515) + (434 + 266) + 155$$
$$= 700 + 700 + 155 = 1555.$$

d. Ta có:

$$15.\ 9.\ 40 = 15.\ 40.\ 9 = 600.\ 9 = 5400.$$

e. Ta có:

$$29.8 + 60.\ 2 + 31.8 = (29 + 31)8 + 60.\ 2 = 60.\ 8 + 60.\ 2$$
$$= 60(8 + 2) = 60.\ 10 = 600.$$

Bài tập 2.

a. Nhận xét rằng:

- So sánh cột hàng chục (b + c) với cột hàng đơn vị (c + b), suy ra c + b có nhớ, do đó:

$$b + c + 1 = 10 + c \Leftrightarrow b = 9.$$

- Tại cột hàng trăm, ta có:

$$a + a + 1 = b = 9 \Leftrightarrow a = 4.$$

- Quay trở lại cột đơn vị, ta có:

$$c + b = a + 10 \Leftrightarrow c + 9 = 4 + 10 \Leftrightarrow c = 5.$$

Vậy, ta nhận được cách điền như sau:

$$\begin{array}{r} 495 \\ +\ \ 459 \\ \hline 954 \end{array}$$

b. Nhận xét rằng:

- So sánh cột hàng chục (b + b) với cột hàng đơn vị (c + b), suy ra c + b có nhớ, do đó:

$$b + b + 1 = 10 + b \Leftrightarrow b = 9.$$

- Tại cột hàng trăm, ta có:

$$a + 1 = c$$

- Quay trở lại cột đơn vị, ta có:

$$c + b = a + 10 \Leftrightarrow c + 9 = a + 10 \Leftrightarrow c = a + 1.$$

Vậy, có thể lấy a từ 1 đến 8 và c = a + 1.

Thí dụ:

```
  1 9 2          7 9 8
+              +
    9 9   hay      9 9   ; ...
  2 9 1          8 9 7
```

Bài tập 3.

a. Ta thấy, kết quả là một số có 5 chữ số nên trong phép nhân 9 với chữ số hàng trăm phải có nhớ. Trong trường hợp này chữ số hàng trăm bằng 9.

Ta được:

```
   1 9 * 2
 ×       9
 1 7 * 3 8
```

Mà, chữ số hàng chục của kết quả bằng 3 (có cả nhớ). Do đó:

* × 9 = * 2

Suy ra, * = 8.

Vậy, phép tính cần tìm là:

```
   1 9 8 2
 ×       9
 1 7 8 3 8
```

b. Ta có:

```
     * 9 9     (1)
   ×   1 *     (2)
   4 * * 5     (3)
   9 * 9       (4)
 * * 9 * *     (5)
```

Dòng (3) là kết quả của tích * × * 9 9 = 4 * * 5. Vậy, ta được:

```
     * 9 9
   ×   1 5
   4 * 9 5
   9 * 9
 * * 9 * *
```

Dòng (4) là kết quả của tích $1 \times * * 9 = 9 * 9$. Vậy, ta được:

$$
\begin{array}{r}
999 \\
\times \quad 15 \\
\hline
4995 \\
999 \\
\hline
14985
\end{array}
$$

Bài tập 4.

a. Ta được:

$$S = \frac{(1000 + 1)1000}{2} = 500\,500.$$

b. Ta thấy S có:

(2004 - 2) : 2 + 1 = 1 002 (số hạng)

Vậy, ta được:

$$S = \frac{(2004 + 2)1002}{2} = 1\,005\,006.$$

c. Ta được:

$$S = \frac{(789 + 1)}{2}.\left[\frac{(789 - 1)}{2} + 1\right] = 156\,025.$$

Bài tập 5.

a. Ta thấy S có:

(1002 - 12) : 2 + 1 = 496 (số hạng)

Vậy:

$$S = \frac{(1002 + 12)496}{2} = 251\,472.$$

b. Ta được:

$$S = \frac{(1001 + 15)}{2}\left[(1001 - 15) + 1\right] = 501\,396.$$

c. Ta được:

$$S = \frac{(2003 + 3)}{2}\left[\frac{2003 - 3}{2} + 1\right] = 1\,004\,003.$$

Bài tập 6.

a. Ta có:

$A = 5! = 1.2.3.4.5 = 120.$

b. Ta có:

$B = 7! = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040.$

c. Ta có:

$C = 6! + 4! = 1.2.3.4.5.6 + 1.2.3.4 = 744.$

d. Ta có:

$D = 3! + 5! + 7! = 1.2.3 + 1.2.3.4.5 + 1.2.3.4.5.6.7 = 5166.$

Bài tập 7.

a. Ta có:

$A = 4! + 2.3! = 1.2.3.4 + 2.1.2.3 = 36.$

b. Ta có:

$B = 5.2! + 7! = 5.1.2 + 1.2.3.4.5.6.7 = 5050.$

c. Ta có:

$C = 6! + 3 . 4! = 1.2.3.4.5.6 + 3.1.2.3.4 = 792.$

d. Ta có:

$D = 3 . 3! + 2. 5! + 7! = 3.1.2.3 + 2.1.2.3.4.5 + 1.2.3.4.5.6.7 = 5298.$

Bài tập 8. Ta có:

$A = 123. 123 = 123.(121 + 2) = 123. 121 + 246.$

$B = 121. 124 = 121.(123 + 1) = 121. 123 + 121.$

Vậy, $A > B$.

Bài tập 9. Ta có:

$A = 2004. 2004 = 2004 (2002 + 2) = 2004. 2002 + 4008.$

$B = 2002. 2006 = 2002 (2004 + 2) = 2002. 2004 + 4004.$

Vậy, $A < B$.

Bài tập 10.

a. Ta có:

$A = 34. 101 = 34.100 + 34 = 3434.$

b. Ta có:

$B = 997 + 34 = = 997 + 3 + 31 = 1031.$

c. Ta có:

$$C = 345.1001 = = 345.1000 + 345 = 345345.$$

d. Ta có:

$$D = 54 + 191 = 45 + 9 + 191 = 245.$$

Bài tập 11.

a. Ta có:

$$37.15 = 37.3.5 = 555.$$

b. Ta có:

$$5\,291.42 = 5291.21.2 = 222\,222.$$

Nhóm Cự Môn chúng tôi đã và đang theo đuổi mục tiêu viết ra được một bộ giáo trình Toán phổ thông (PTCS và PTTH) với nội dung bao gồm:

1. *Đầy đủ các kiến thức theo quy chuẩn của BGD và ĐT.*
2. *Kiến thức được trình bày theo kiểu đặt vấn đề và các yêu cầu hành động để thay đổi kiểu dạy học theo lối thụ động.*
3. *Sau mỗi chủ đề kiến thức đều có phần hướng dẫn sử dụng máy tính Casio Fx570 Ms hoặc các phần mềm máy vi tính để trợ giúp cho việc giải toán (giảm thiểu các bài toán tính toán phức tạp).*
4. *Những chủ đề kiến thức cần thiết sẽ được chia nhỏ thành phần lý thuyết và các dạng toán để giúp cho việc dạy và học nâng cao*
5. *Có đĩa CD kèm theo để:*
   - *Giáo viên có thể thực hiện bài giảng bằng máy chiếu.*
   - *Học sinh có thể học ngay trên máy tính.*

Do vậy, chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp có tính xây dựng của tất cả các Thày giáo, Cô giáo, Nhà nghiên cứu, Phụ huynh và Học sinh trên toàn quốc.

CHỦ ĐỀ 5 — PHÉP TRỪ VÀ PHÉP CHIA

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. PHÉP TRỪ HAI SỐ TỰ NHIÊN

Cho hai số tự nhiên a và b, nếu có số tự nhiên x, sao cho b + x = a thì ta có phép trừ:

$$\underset{\text{(Số bị trừ)}}{a} - \underset{\text{(Số trừ)}}{b} = \underset{\text{(Hiệu)}}{x}.$$

Thí dụ 1: Ta có:

$3 + 5 = 8$

nên suy ra:

$8 - 3 = 5$ hoặc $8 - 5 = 3$.

Chú ý: Tuy nhiên, trong tập hợp số tự nhiên không phải lúc nào phép trừ cũng được thực hiện.

Thí dụ 2: Với hai số tự nhiên 3 và 4, không có số tự nhiên x nào để:

$4 + x = 3$.

Từ đó ta có:

Điều kiện để thực hiện phép trừ:

$a - b$

là $a \geq b$, với a là số bị trừ và b là số trừ.

2. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP TRỪ HAI SỐ TỰ NHIÊN

Tính chất 1: Ta có:

$a - 0 = a$; $a - a = 0$.

Tính chất 2: Trừ một tổng cho một số:

$(a + b) - c = (a - c) + b$ với $a \geq c$.

$(a + b) - c = a + (b - c)$ với $b \geq c$.

Tính chất 3: Trừ một số cho một tổng:

$a - (b + c) = (a - b) - c$ với $a \geq b$.

$a - (b + c) = (a - c) - b$ với $a \geq c$.

Tính chất 4: Trừ một số cho một hiệu:

$$a - (b - c) = (a - b) + c \text{ với } a \geq b.$$

$$a - (b - c) = (a + c) - b.$$

Tính chất 5: Tính chất phân phối của phép nhân với phép trừ:

$$a(b - c) = ab - ac.$$

3. PHÉP CHIA HAI SỐ TỰ NHIÊN

Cho hai số tự nhiên a và b với $b \neq 0$. Nếu tồn tại một số tự nhiên x sao cho x. b = a thì ta có phép chia:

$$\underset{\text{(số bị chia)}}{a} : \underset{\text{(Số chia)}}{b} = \underset{\text{(Thương)}}{x}.$$

Thí dụ 3: Ta có:

3.5 = 15

nên suy ra:

15 : 3 = 5 hoặc 15 : 5 = 3.

Chú ý: Không tồn tại phép chia a : b nếu b = 0.

4. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CHIA

Tính chất 1: $a : a = 1$ $(a \neq 0)$; $a : 1 = a$; $0 : a = 0$.

Tính chất 2: Chia một tổng cho một số và chia một tổng cho một số:

$$(a + b) : c = (a : c) + (b : c)$$

$$(a - b) : c = (a : c) - (b : c)$$

Tính chất 3: Chia một số cho một tích và chia một tích cho một số:

$$a : (b . c) = (a : b) : c$$

$$(a. b) : c = a . (b: c) = (a : c). b$$

Thí dụ 4: Tính nhanh:

a. (45 + 75) : 5

b. (36 . 6) : 3

Giải

a. Ta có:

(45 + 75) : 5 = (45 : 5) + (75 : 5) = 9 + 15 = 24.

b. Ta có:

(36 . 6) : 3 = (36 : 6) . 9 = 12 . 6 = 72.

(36 . 6) : 3 = (6 : 3) . 36 = 2 . 36 = 72.

5. PHÉP CHIA CÓ DƯ VÀ PHÉP CHIA HẾT

> *Cho hai số tự nhiên a và b với $b \neq 0$, ta luôn tìm được hai số tự nhiên q và r duy nhất sao cho:*
>
> $$a = b.q + r \text{ với } 0 \leq r < b.$$

Ta có hai trường hợp:

Trường hợp 1: Nếu $r = 0$, ta được:

$$a = b.q.$$

Đây là một *phép chia hết*, được kí hiệu: $a \vdots b$ (đọc là a chia hết cho b).

Trường hợp 2: Nếu $r \neq 0$ thì ta được một *phép chia có dư* được kí hiệu: $a \not\vdots b$ với:

- a là số bị chia;
- b là số chia;
- q là thương;
- r là số dư, $0 < r < b$.

Thí dụ 5:

a. Ta có:

$$81 = 9 . 9 \Rightarrow 81 \vdots 9.$$

Đây là một phép chia hết.

b. Ta có:

$$106 = 5 . 21 + 1 \Rightarrow 106 \not\vdots 5$$

Đây là một phép chia có dư là 1.

c. Ta có:

$$316 = 3 . 104 + 4.$$

Đây không phải là một phép chia có dư, do số dư lớn hơn số chia.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Thực hiện các phép tính:

a. $738 - 73 - 127$.

b. $216 - (356 - 84)$.

Giải

a. Ta có:

$$738 - 73 - 127 = 738 - (73 + 127) = 738 - 200 = 538.$$

b. Ta có:

$$216 - (256 - 84) = (216 + 84) - 256 = 300 - 256 = 45.$$

Ví dụ 2: Thực hiện các phép tính:

a. $(724 + 259) - 159$.

b. $123.\ 45 - 35.\ 123$.

c. $4573 - 993$

Giải

a. Ta có:

$$(724 + 259) - 159 = 724 + (259 - 159) = 724 - 100 = 624.$$

b. Ta có:

$$123.\ 45 - 35.\ 123 = 123(45 - 35) = 123.\ 10 = 1230.$$

c. Ta có:

$$4573 - 993 = 4573 + 7 - 993 - 7 = (4573 + 7) - (993 + 7)$$
$$= 4580 - 1000 = 3580.$$

Ví dụ 3: Tìm số tự nhiên x, biết:

a. $1234 : x = 2$.

b. $15.\ (x - 3) = 0$.

c. $3.\ x + 6 = 132$.

d. $0 : x = 1$.

Giải

a. Ta có:

$$1234 : x = 2 \Rightarrow x = 617.$$

b. Ta có:

$$15.\ (x - 3) = 0.$$

Do $15 \neq 0$ nên:

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3.$$

c. Ta có:

$$3.\ x + 6 = 132 \Rightarrow 3x = 132 - 6$$
$$\Rightarrow 3x = 126 \Rightarrow x = 42.$$

d. Ta có:

$$0 : x = 1.$$

Không tồn tại một số tự nhiên x nào để $0 : x = 1$.

Ví dụ 4: Tìm thương:

a. $\overline{aaa} : a$.

b. $\overline{abab} : \overline{ab}$.

c. $\overline{abcabc} : \overline{abc}$.

Giải

a. Đặt phép tính, ta được :

a	a	a	|	a		
a			|	1	1	1
0	a					
	a					
	0	a				
		a				
		0				

Vậy, $\overline{aaa} : a = 111$.

b. Đặt phép tính, ta được :

a	b	a	b	|	a	b	
a	b			|	1	0	1
0	0	a	b				
		a	b				
			0				

Vậy, $\overline{abab} : \overline{ab} = 101$.

c. Đặt phép tính, ta được :

a	b	c	a	b	c	|	a	b	c	
a	b	c				|	1	0	0	1
0	0	0	a	b	c					
			a	b	c					
					0					

Vậy, $\overline{abcabc} : \overline{abc} = 1001$.

Ví dụ 5: Thay dấu * bằng các chữ số thích hợp để được một phép chia đúng.

```
* * * * 4 | * *
  9 *     |------
          | 1 * 8
---------
    * * 4          (1)
    7 * *          (2)
    -----
        0
```

Giải

Ta có một số nhận xét sau:

- Chữ số đầu tiên của thương bằng 1 nên chữ số đầu tiên của số chia phải bằng 9.
- Hàng (1) có 3 chữ số (do hạ cùng một lúc hai chữ số từ số bị chia xuống) nên chữ số thứ hai của thương phải là số 0 và chữ số đầu tiên của số bị chia bằng 1.
- Đây là phép chia hết nên các chữ số ở hàng (1) và hàng (2) giống nhau.
- Chữ số cuối cùng của hàng (2) bằng 4 nên chữ số cuối cùng của số chia có thể là 3 hoặc 8.

Vậy, ta được hai phép tính:

1. Số chia là 93. Ta được:

$$93.\ 108 = 10044.$$

Đặt phép tính, ta có:

```
1 0 0 4 4 | 9 3
  9 3     |------
          | 1 0 8
---------
    7 4 4
    7 4 4
    -----
        0
```

2. Số chia là 98. Ta được:

$$98.\ 108 = 10584.$$

Đặt phép tính, ta có:

```
1 0 5 8 4 | 9 8
  9 8     |------
          | 1 0 8
---------
    7 8 4
    7 8 4
    -----
        0
```

Vậy, có hai phép tính được thực hiện đúng.

Ví dụ 6: Cho một số có ba chữ số có dạng: $\overline{abc}$. Chứng minh rằng :

$$(\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}) \vdots (a + b + c)$$

Giải

Ta có:

$\overline{abc} = 100a + 10b + c.$

$\overline{bca} = 100b + 10c + a.$

$\overline{cab} = 100c + 10a + b.$

Cộng theo vế, ta được:

$\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 100a + 100b + 100c + 10a + 10b + 10c + a + b + c$

$= 111a + 111b + 111c = 111(a + b + c)$

Vậy, $(\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}) \vdots (a + b + c)$ - đpcm.

Ví dụ 7: Tìm hai số. Biết:

a. Tổng hai số bằng 788 và số lớn chia số nhỏ được thương là 11 và dư 32.

b. Hiệu của hai số là 13748 và số lớn chia số nhỏ được thương là 3 và dư 2180.

Giải

a. Giả sử hai số cần tìm là a và b (a > b).

Ta có:

- Tổng hai số bằng 788 nên:

$a + b = 788.$ (1)

- Số lớn chia số nhỏ được thương là 11 và dư 32 nên:

$a = 11b + 32.$ (2)

Thay (2) vào (1), ta được:

$11b + 32 + b = 788 \Rightarrow 12b + 32 = 788$

$\Rightarrow 12b = 788 - 32$

$\Rightarrow 12b = 756 \Rightarrow b = 63$

Với $b = 63 \Rightarrow a = 788 - 63 = 725.$

Vậy, hai số cần tìm là 725 và 63.

b. Giả sử hai số cần tìm là a và b (a > b).

Ta có:

Hiệu của hai số bằng 13748 nên:

$a - b = 13748.$ (1)

Số lớn chia số nhỏ được thương là 3 và dư 2180 nên:

$a = 3b + 2180.$ (2)

Thay (2) vào (1), ta được:

$$3b + 2180 - b = 13748 \Rightarrow 2b + 2180 = 13748$$
$$\Rightarrow 2b = 13748 - 2180$$
$$\Rightarrow 2b = 11568 \Rightarrow b = 5784$$

Với b = 5784, suy ra:

$a = 5784 + 13748 = 19532.$

Vậy, hai số cần tìm là 5784 và 19532.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Nêu điều kiện để có phép trừ hai số tự nhiên.

Câu hỏi 2: Nêu các tính chất của phép trừ hai số tự nhiên

Câu hỏi 3: Nêu định nghĩa của phép chia hết và phép chia có dư.

Câu hỏi 4: Nêu các tính chất của phép chia hai số tự nhiên

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Thực hiện các phép tính:

a. 589 - 275 - 89.

b. 234 - (542 - 166).

c. 6731 - 1997.

d. 875 : 25.

Bài tập 2. Thực hiện các phép tính:

a. 389 - 165 - 129.

b. 346 - (52 - 154).

c. (6715 — 2197) : 2.

d. 875 : 25 + 623 - 13.

Bài tập 3. Tìm số tự nhiên x, biết:

a. $5 . x < 40$.

b. $5(x - 20) = 35$.

c. $(x - 125) - 130 = 5$.

d. $215 + (x - 21) : 2 = 235$.

Bài tập 4. Tìm số tự nhiên x, biết:

a. $15 . x < 750$.

b. $3(x - 12) = 36$.

c. $(x + 251) - 301 = 56$.

d. $152 + (x + 231) : 2 = 358$.

Bài tập 5. Thay dấu * bằng các chữ số thích hợp để được một phép tính đúng.

a. * * * : * * = 2.

b. * * * * : * * * = 2.

Bài tập 6. Thay dấu * bằng các chữ số thích hợp để được một phép tính đúng. Hỏi có bao nhiêu phép tính như vậy?

a. * * * : * * = 3.

b. * * * * : * * * = 5.

Bài tập 7. Tìm hai số. Biết:

a. Tổng hai số bằng 361 và số lớn chia số nhỏ được thương là 9 và dư 11.

b. Hiệu của hai số là 578 và số lớn chia số nhỏ được thương là 8 và dư 53.

Bài tập 8. Không làm phép tính, hãy tính giá trị của biểu thức:

a. Cho $2156 + 357 = A$. Tính $A - 357$ và $A - 2156$.

b. Cho $9475 - 7436 = B$. Tính $B + 7436$ và $9475 - B$.

Bài tập 9. Tìm số tự nhiên a, biết rằng khi chia a cho 4 thì được thương là 23.

Bài tập 10. Tìm số bị chia và số chia của một phép chia. Biết tổng của chúng bằng 87 và phép chia đó có thương bằng 4 và dư 12.

Bài tập 11. Cho hai số tự nhiên a và b, với $a > b$. Biết:

$$3(a + b) = 5(a - b).$$

Tìm thương của hai số tự nhiên đó.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Ta có:

$589 - 275 - 89 = (589 - 89) - 275 = 225.$

b. Ta có:

$234 - (342 - 166) = 234 + 166 - 342 = 58.$

c. Ta có:

$6731 - 1997 = 6731 + 3 - 1997 - 3 = 6734 - 2000 = 4734.$

d. Ta có:

$875 : 25 = (875 : 5) : 5 = 175 : 5 = 35.$

Bài tập 2.

a. Ta có:

$389 - 165 - 129 = (389 - 129) - 165 = 95.$

b. Ta có:

$346 - (52 - 154) = (346 + 154) - 52 = 448.$

c. Ta có:

$(6715 - 2197) : 2 = 2259.$

d. Ta có:

$875 : 25 + 623 - 13 = 645.$

Bài tập 3.

a. Ta có:

$5 . x < 40 \Rightarrow x < 8.$

Vậy, ta nhận được x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

b. Ta có:

$5(x - 20) = 35 \Rightarrow x - 20 = 7 \Rightarrow x = 27.$

Vậy, ta nhận được x = 27.

c. Ta có:

$(x - 125) - 130 = 5 \Rightarrow x - 125 = 135 \Rightarrow x = 260$

Vậy, ta nhận được x = 260.

d. Ta có:

$215 + (x - 21) : 2 = 235 \Rightarrow (x - 21) : 2 = 20 \Rightarrow x - 21 = 40 \Rightarrow x = 61.$

Vậy, ta nhận được x = 61.

Bài tập 4.

a. Ta có:

$15 . x < 750 \Rightarrow x < 50.$

Vậy, ta nhận được $x < 50$, với $x \in \mathbf{N}$.

b. Ta có:

$3(x - 12) = 36 \Rightarrow x - 12 = 12 \Rightarrow x = 24.$

Vậy, ta nhận được $x = 24$.

c. Ta có:

$(x + 251) - 301 = 56 \Rightarrow x + 251 = 357 \Rightarrow x = 106.$

Vậy, ta nhận được $x = 106$.

d. Ta có:

$152 + (x + 231) : 2 = 358 \Rightarrow (x + 231) : 2 = 206$

$\Rightarrow x + 231 = 412 \Rightarrow x = 181.$

Vậy, ta nhận được $x = 181$.

Bài tập 5.

a. Ta được:

$100 : 50 = 2$ hoặc $120:50 = 2$, ...

b. Ta được:

$1000 : 500 = 2$ hoặc $1200:60 = 2$, ...

Bài tập 6.

a. Ta có:

$3 . 33 = 99$

$3. 34 = 102$

Suy ra,

$3 . x = \overline{abc}$ với $x \in \mathbf{N}$, $x \geq 34$

Vậy, ta có:

$(99 - 34) + 1 = 66$

phép tính như vậy.

Chẳng hạn: $267 : 89 = 3$.

b. Ta có:

$5 . 199 = 995$

$5. 200 = 1000.$

Suy ra:

$5 . x = \overline{abcd}$ với $x \in \mathbf{N}, x \geq 200$.

Vậy, ta có:

$(999 - 200) + 1 = 800$

phép tính như vậy.

Chẳng hạn: 2500 : 500 = 5.

Bài tập 7.

a. Giả sử hai số cần tìm là a và b với a > b.

Ta có:

- Tổng của hai số bằng 361, do đó:

$$a + b = 361 \qquad (1)$$

- Số lớn chia số nhỏ được thương là 9 và dư 11, do đó:

$$a = 9.b + 11 \qquad (2)$$

Thay (2) vào (1), ta được:

$9.b + 11 + b = 361 \Rightarrow 9.b + b = 361 - 11$

$\Rightarrow 10.b = 350 \Rightarrow b = 35$.

Với b = 35, suy ra a = 326.

Vậy, hai số cần tìm là: 326 và 35.

b. Giả sử hai số cần tìm là a và b với a > b.

Ta có:

- Hiệu của hai số là 578, do đó:

$$a - b = 578 \qquad (1)$$

- Số lớn chia số nhỏ được thương là 8 và dư 53, do đó:

$$a = 8.b + 53 \qquad (2)$$

Thay (2) vào (1), ta được:

$8.b + 53 - b = 578 \Rightarrow 8.b - b = 578 - 53$

$\Rightarrow 7.b = 525 \Rightarrow b = 75$.

Với b = 75, suy ra a = 653.

Vậy, hai số cần tìm là: 653 và 75.

Bài tập 8.

a. Ta được:

$$A - 357 = 2156 \; ; \; A - 2156 = 357.$$

b. Ta được:

$$B + 7436 = 9475 \; ; \; 9475 - B = 7436.$$

Bài tập 9.

Ta có:

$$a = 4.23 + r \text{ với } 0 \le r < 4.$$

Khi đó, ta có các trường hợp:

- $r = 0 \Rightarrow a = 92.$
- $r = 1 \Rightarrow a = 93.$
- $r = 2 \Rightarrow a = 94.$
- $r = 3 \Rightarrow a = 95.$

Bài tập 10. Giả sử a là số bị chia, b là số chia.

Ta có:

$$a + b = 87 \text{ và } a = b.4 + 12$$

Vậy, ta nhận được a = 72 và b = 15.

Bài tập 11. Ta có thể chọn một trong hai cách sau:

Cách 1: Ta có:

$$3(a + b) = 5(a - b) \Rightarrow 3a + 3b = 5a - 5b$$

$$\Rightarrow 8b = 2a \Rightarrow a = 4b$$

Suy ra

$$a : b = 4b : b \Rightarrow a : b = 4.$$

Vậy, thương của hai số đó bằng 4.

Cách 2: Ta thấy:

$$b = \frac{(a + b) - (a - b)}{2} = \frac{3(a + b) - 3(a - b)}{6} \quad (1)$$

$$a = \frac{(a + b) + (a - b)}{2} = \frac{3(a + b) + 3(a - b)}{6} \quad (2)$$

Đặt $a - b = x$. Suy ra, $3(a + b) = 5x$.

Thay vào (1) và (2), ta được:

$$b = \frac{5x - 3x}{6} = \frac{2x}{6} = \frac{x}{3} \Rightarrow 3b = x$$

$$a = \frac{5x + 3x}{6} = \frac{8x}{6} = \frac{4x}{3} \Rightarrow 3a = 4x$$

Suy ra:

$$3a : 3b = 4x : x \Rightarrow a : b = 4.$$

Vậy, thương của hai số đó bằng 4.

Để hỗ trợ cho việc tính toán các em học sinh hãy tìm đọc bộ sách **Giải toán bằng máy tính** của **Nhóm Cự Môn**.

Bộ sách gồm 4 cuốn :

Cuốn 1: Hướng dẫn sử dụng máy tính CASIO fx — 570Ms giải toán

Cuốn 2: Sử dụng máy tính CASIO fx — 570 giải toán THCS

Cuốn 3: Sử dụng máy tính CASIO fx — 570 giải toán THPT

Cuốn 4: 81 đề thi Giải toán trên máy tính CASIO

CHỦ ĐỀ 6 LUỸ THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. LUỸ THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN

Thí dụ 1: Ta có:

$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 5.\ 2 = 10.$

Như vậy, trong phép cộng, ta có thể viết gọn:

$$\underbrace{a + a + \ldots + a}_{n \text{ Số hạng}} = n.\ a.$$

Còn trong phép nhân, ta có thể viết:

$2.\ 2.\ 2.\ 2.\ 2 = 2^5.$

Cách viết như trên được gọi là *luỹ thừa bậc 5 của 2* hay *2 mũ 5* hay *2 luỹ thừa 5*.

Từ đó, ta có định nghĩa sau:

Luỹ thừa bậc n của a là tích của n thừa số, mỗi thừa số bằng a:

$$\underbrace{a.a.a\ldots a}_{n \text{ thừa số}} = a^n \text{ với } n \neq 0$$

trong đó a được gọi là cơ số, n là số mũ.

Thí dụ 2: Như vậy, ta có:

$$\underbrace{6.6.6\ldots 6}_{81 \text{ thừa số}} = 6^{81}.$$

Chú ý: Người ta quy ước:

- $a^0 = 1$.
- $a^1 = a$.
- a^2 được gọi là *a bình phương*.
- a^3 được gọi là *a lập phương*.
- Một số tự nhiên bằng bình phương của một số tự nhiên khác gọi là *số chính phương*.

2. NHÂN VÀ CHIA HAI LUỸ THỪA CÙNG CƠ SỐ

Thí dụ 3: Ta có:

$$6^4.6^3 = \underbrace{6.6.6.6}_{4\text{ thừa số}}.\underbrace{6.6.6}_{3\text{ thừa số}} = \underbrace{6.6.6.6.6.6.6}_{7\text{ thừa số}} = 6^7 = 6^{4+3}.$$

Từ đó, ta có quy tắc sau:

> *Khi **nhân hai luỹ thừa** cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng số mũ của các thừa số với nhau.*
>
> $$a^m.a^n = a^{m+n}.$$

Thí dụ 4: Trong thí dụ 3, ta có:

$$6^4.6^3 = 6^7$$

suy ra:

$$6^7 : 6^4 = 6^3 = 6^{7-4}.$$

Từ đó, ta có quy tắc sau:

> *Khi **chia hai luỹ thừa** cùng cơ số (khác 0), ta giữ nguyên cơ số và trừ các số mũ của số bị chia cho số mũ của số chia.*
>
> $$a^m : a^n = a^{m-n} \text{ với } m \geq n.$$

3. CÁC CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI CỦA PHÉP LUỸ THỪA

Cho a, b $\in$ **R**; a, b > 0; x, y $\in$ **R**, ta có:

1. Ta có:

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

2. Ta có:

$$(ab)^n = a^n.b^n.$$

3. Ta có:

$$(a : b)^n = a^n : b^n.$$

4. Với a ≠ 1 và m = n thì:

$$a^m = a^n.$$

5. Với a > 1 và m > n thì:

$$a^m > a^n.$$

6. Với a, b ≠ 1 và 0 < b < a thì:

$$b^n < a^n.$$

4. THỨ TỰ THỰC HIỆN PHÉP TÍNH

Khi thực hiện tính toán một biểu thức, ta cần chú ý đến thứ tự thực hiện các phép tính.

- Đối với biểu thức không chứa dấu ngoặc, ta thực hiện phép tính theo thứ tự của chiều mũi tên như sau:

  Luỹ thừa → Nhân - Chia → Cộng - Trừ

  Được hiểu là:

  " Thực hiện nhân chia trước cộng trừ sau".

- Đối với biểu thức chứa dấu ngoặc, ta thực hiện phép tính trong từng loại ngoặc theo thứ tự của chiều mũi tên như sau:

  ( ) → [ ] → { }

  Được hiểu là:

  " Thực hiện từ trong ra ngoài ".

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Viết gọn các tích sau bằng cách dùng luỹ thừa:

a. 8 . 8 . 8 . 8 . 8 . 8 . 8 . 8.

b. 2. 2. 2. 3. 6. 6.

c. 10. 100. 1000.

d. 3. 7. 21. 21. 49.

Giải

a. Ta có:

$$8 . 8 . 8 . 8 . 8 . 8 . 8 . 8 = 8^8.$$

b. Ta có:

$$2. 2. 2. 3. 6. 6 = 2. 2. 2. 3. (2. 3). (2. 3)$$
$$= 2. 2. 2. 2. 2. 3. 3. 3 = 2^5.3^3.$$

c. Ta có:

$$10. 100. 1000 = 10. (10. 10). (10. 10. 10) = 10^6.$$

d. Ta có:

$$3. 7. 21. 21. 49 = 3. 7. (3. 7). (3. 7). (7.7)$$
$$= 3. 3. 3. 7. 7. 7. 7. 7 = 3^3.7^5.$$

Ví dụ 2: Tìm số tự nhiên x thoả mãn:

a. $3^{x+1} - 2 = 3^2 + [5^2 - 3(2^2 - 1)]$.

b. $2^{x-1} + 3^3 = 5^2 + 2.5$.

Giải

a. Ta có:

$$3^{x+1} - 2 = 3^2 + [5^2 - 3(2^2 - 1)] \Rightarrow 3^{x+1} - 2 = 9 + [25 - 3(4 - 1)]$$

$$\Rightarrow 3^{x+1} - 2 = 9 + (25 - 3.3) \Rightarrow 3^{x+1} - 2 = 9 - 9 + 25$$

$$\Rightarrow 3^{x+1} = 25 + 2 \Rightarrow 3^{x+1} = 27$$

$$\Rightarrow 3^{x+1} = 3^3 \Rightarrow x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2.$$

Vậy, x = 2 thoả mãn.

b. Ta có:

$$2^{x-1} + 3^3 = 5^2 + 2.5 \Rightarrow 2^{x-1} + 27 = 25 + 10$$

$$\Rightarrow 2^{x-1} + 27 = 35 \Rightarrow 2^{x-1} = 8$$

$$\Rightarrow 2^{x-1} = 2^3 \Rightarrow x - 1 = 3 \Rightarrow x = 4.$$

Ví dụ 3: Nêu quy tắc tính nhanh của một số có chữ số tận cùng bằng 5. Áp dụng để tính: 15^2; 25^2; 75^2; 125^2.

Giải

Giả sử, $\overline{a5}$ là một số có chữ số tận cùng bằng 5.

Ta có:

$$\left(\overline{a5}\right)^2 = (10a + 5)^2 = (10a + 5)(10a + 5)$$
$$= 10a(10a + 5) + 5(10a + 5)$$
$$= (100a^2 + 50a) + (50a + 25)$$
$$= 100a^2 + 100a + 25 = 100a(a + 1) + 25$$
$$= 100a(a + 1) + 2.10 + 5$$

Vậy:

$$\left(\overline{a5}\right)^2 = \overline{A25} \text{ với } A = a(a + 1)$$

trong đó, a là số chục và (a + 1) là số liền sau của a.

Tóm lại, ta có quy tắc sau:

> *Muốn bình phương một số có chữ số tận cùng bằng 5, ta lấy số chục nhân với số chục cộng 1. Sau đó viết thêm 25 vào sau tích vừa nhận được.*

Áp dụng: Ta có:

$15^2 = 100. 1. (1 + 1) + 25 = 200 + 25 = 225.$

$25^2 = 100. 2. (2 + 1) + 25 = 600 + 25 = 625.$

$75^2 = 100. 7. (7 + 1) + 25 = 5600 + 25 = 5625.$

$125^2 = 100. 12. (12 + 1) + 25 = 15600 + 25 = 15625.$

Ví dụ 4: Chứng minh rằng mỗi số lẻ là hiệu của bình phương hai số tự nhiên liên tiếp. Áp dụng để viết 65 dưới dạng hiệu của bình phương của hai số tự nhiên liên tiếp.

Giải

Giả sử, n và n + 1 là hai số tự nhiên liên tiếp.

Ta có:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1)(n + 1) - n^2 = n(n + 1) + 1(n + 1) - n^2$$

$$= n^2 + n + n + 1 - n^2 = 2n + 1.$$

Nhận thấy, 2n + 1 là số lẻ với mọi số tự nhiên n.

Vì 2n + 1 chia 2 được thương là n và dư 1.

Áp dụng: Ta có:

$$2n + 1 = 65 \Rightarrow 2n = 64 \Rightarrow n = 64 : 2 = 32.$$

Vậy, $65 = 33^2 - 32^2$.

Ví dụ 5: So sánh hai luỹ thừa:

a. 63^{15} và 34^{18}.

b. 83^9 và 26^{12}.

Giải

a. Ta có:

$$63^{15} < 64^{15} = (2^6)^{15} = 2^{90}.$$

$$34^{18} > 32^{18} = (2^5)^{18} = 2^{90}.$$

Vậy, $63^{15} < 34^{18}$.

b. Ta có:

$$83^9 > 81^9 = (3^4)^9 = 3^{36}.$$

$$26^{12} < 27^{12} = (3^3)^{12} = 3^{36}.$$

Vậy, $83^9 > 26^{12}$.

Ví dụ 6: Tìm chữ số tận cùng trong luỹ thừa:

a. 7^{2005}.

b. 12^{1789}.

Giải

a. Ta xét lũy thừa 7^n với n là số tự nhiên.

Ta có bảng chỉ mối liên hệ giữa n với số tận cùng của 7^n như sau:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
7^n	1	7	9	3	1	7	9	3	1	7	9	

Nhận xét:

- Các chữ số cuối cùng được lặp lại theo chu kì 4k + l, với k là số tự nhiên và $l = \overline{0,3}$
- Tức là:
  - n = 0, 4, 8, 12, ..., 4k + 0 có chung chữ số cuối cùng là 1;
  - n = 1, 5, 9, ..., 4k + 1 có chung chữ số cuối cùng là 7;
  - n = 2, 6, 10, ..., 4k + 2 có chung chữ số cuối cùng là 9;
  - n = 3, 7, 11, ..., 4k + 3 có chung chữ số cuối cùng là 3;

Ta có:

$$7^{2005} = 7^{4.501 + 1}.$$

Vậy, số tận cùng của 7^{2005} là 7

b. Ta có:

$$12 = 10 + 2$$

Vậy, số tận cùng của 12^{1789} chính là số tận cùng của 2^{1789}.

Ta xét lũy thừa 2^n với n là số tự nhiên.

Ta có bảng chỉ mối liên hệ giữa n với số tận cùng của 2^n như sau:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
2^n	1	2	4	8	6	2	4	8	6	2	4	

Nhận xét:

- Các chữ số cuối cùng được lặp lại theo chu kì 4k + l, với k là số tự nhiên và $l = \overline{0,3}$

- Tức là:

  n = 0, 4, 8, ..., 4k + 0 có chung chữ số cuối cùng là 6;

  n = 1, 5, 9, ..., 4k + 1 có chung chữ số cuối cùng là 2;

  n = 2, 6, 10, ..., 4k + 2 có chung chữ số cuối cùng là 4;

  n = 3, 7, 11, ..., 4k + 3 có chung chữ số cuối cùng là 8;

Ta có:

$$2^{1789} = 2^{447.4+1}.$$

Vậy, số tận cùng của 12^{1789} là 2.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Nêu định nghĩa luỹ thừa bậc n của a.

Câu hỏi 2: Tên riêng của a^2 và a^3 là gì ?

Câu hỏi 3: Một số tự nhiên bằng bình phương của một số tự nhiên khác gọi là gì ?

Câu hỏi 4: Phát biểu quy tắc nhân và chia hai luỹ thừa cùng cơ số.

Câu hỏi 5: Nêu các công thức biến đổi của phép luỹ thừa.

Câu hỏi 6: Khi thực hiện tính toán một biểu thức phải tuân theo thứ tự thực hiện phép tính như thế nào ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Viết gọn các tích sau bằng cách dùng luỹ thừa:

a. 5. 5. 3. 15. 25. 9.

b. 10. 2. 5. 4. 25. 10.

c. 9. 21. 7. 3. 49.

d. 8. 4. 10. 25.

e. $5^{15} : 5^3$.

Bài tập 2. Viết gọn các tích sau bằng cách dùng luỹ thừa:

a. 15. 5. 9. 15. 625. 81.

b. 121. 2. 125. 4. 25. 11.

c. 18. 42. 7. 9. 49.

d. 36. 4. 15. 75.

e. $3^7 . 5^{18} : 15^6$.

Bài tập 3. Viết gọn các tích sau bằng cách dùng luỹ thừa:

a. $2. 4. 8. 16. 32. 64.... 2^{10}$.

b. $3. 27. 243. 2187. 3^9$.

Bài tập 4. Hãy viết 2 dãy tính có kết quả bằng 100. Trong đó có ít nhất ba chữ số 3 và năm chữ số 5 cùng với các phép tính và các dấu ngoặc.

Bài tập 5. Tìm số tự nhiên x thoả mãn:

a. $5^{x+3} < 5^6$.

b. $(3^2)^2 + 2^x = 5(5 + 2^2. 3)$.

c. $(90 : 15)^2 + x = (2^3)^2 - 2^2.7$.

Bài tập 6. Tìm chữ số tận cùng của các phép toán sau:

a. $11^8 + 12^8 + 13^8 + 14^8 + 15^8 + 16^8$.

b. $11^{123} + 13^{124} + 15^{125}$.

c. $125^{205} - 237^{15}$.

Bài tập 7. Tìm chữ số tận cùng của các phép toán sau:

a. $3^{12} + 5^{13} + 7^{15} + 11^{19}$.

b. $95^{354} - 51^{25}$.

Bài tập 8. So sánh hai luỹ thừa

a. 125^4 và 49^6.

b. 81^7 và 7^{14}.

c. 31^{17} và 17^{14}.

Bài tập 9. So sánh hai luỹ thừa

a. 64^5 và 11^{10}.

b. 65^4 và 7^6.

c. 244^{11} và 80^{13}.

Bài tập 10. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n và n > 1 thì:

$$5^{2^n} + 2$$

có chữ số tận cùng là 7.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Ta được:

$$5. 5. 3. 15. 25. 9 = 5 . 5 . 3 . 3 . 5 . 5 . 5 . 3 . 3 = 3^4.5^5.$$

b. Ta được:

$$10. 2. 5. 4. 25. 10 = 2 . 5 . 5 . 2 . 2 . 5 . 5 . 2 . 5 = 2^5.5^5.$$

c. Ta được:

$9. 21. 7. 3. 49 = 3 . 3 . 3 . 7 . 3 . 7 . 7 = 3^4.7^3$.

d. Ta được:

$8. 4. 10. 25 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 5 . 5 . 5 = 2^6.5^3$.

e. Ta được:

$5^{15} : 5^3 = 5^{15-3} = 5^{12}$.

Bài tập 2.

a. Ta được:

$15. 5. 9. 15. 625. 81$

$= 3 . 5 . 5 . 3 . 3 . 3 . 5 . 5 . 5 . 5 . 5 . 3 . 3 . 3 . 3 = 3^8. 5^7$.

b. Ta được:

$121. 2. 125. 4. 25. 11$

$= 11 . 11 . 2 . 5 . 5 . 5 . 2 . 2 . 5 . 5 . 11 = 2^3. 5^5. 11^3$.

c. Ta được:

$18. 42. 7. 9. 49 = 2 . 3 . 3 . 2 . 3 . 7 . 7 . 3 . 3 . 7. 7 = 2^2.3^5.7^4$.

d. Ta được:

$36. 4. 15. 75 = 2 . 2 . 2 . 2 . 3 . 3 . 3 . 5 . 3 . 5 . 5 . 5 = 2^4.3^4.5^3$.

e. Ta được:

$3^7 . 5^{18} : 15^6 = 3^7 . 5^{18} : 3^6 . 5^6 = 3^{7-6} . 5^{18-6} = 3 . 5^{12}$.

Bài tập 3.

a. Ta có:

$$2. 4. 8. 16. 32. 64.... 2^{10} = 2. 2^2. 2^3. 2^4. 2^5. 2^6... 2^{10}$$

$$= 2^{1+2+3+4+5+6+...+10}$$

$$= 2^{\frac{10(1+10)}{2}} = 2^{55}.$$

b. Ta có:

$$3. 27. 243. 2187... 3^{27} = 3. 3^3. 3^5.3^7. ..3^{27}$$

$$= 3^{1+3+5+7+...+27}$$

$$= 3^{\frac{(1+27)\left[\frac{(27-1)}{2}+1\right]}{2}} = 3^{196}.$$

Bài tập 4. Ta được:

$(3 + 2).5 + (32 - 6) : 2+ 133 — 53.2 + 55 — 5^2 = 100$

$175 — 5(5^2 - 3) + 51.3 — 3^2(15 - 2^2) — 19 = 100$.

Bài tập 5.

a. Ta có:

$$5^{x+3} < 5^{6} \Rightarrow x + 3 < 6 \Rightarrow x < 3$$

Vậy, x = 0, 1, 2.

b. Ta có:

$$(3^2)^2 + 2^x = 5(5 + 2^2.3) \Rightarrow 81 + 2^x = 5(5 + 12)$$

$$\Rightarrow 2^x = 85 - 81 \Rightarrow 2^x = 4 \Rightarrow x = 2.$$

Vậy, x = 2.

c. Ta có:

$$(90 : 15)^2 + x = (2^3)^2 - 2^2.7 \Rightarrow 6^2 + x = 36$$

$$\Rightarrow 36 + x = 36 \Rightarrow x = 0.$$

Vậy, x = 0.

Bài tập 6.

a. Ta có:

- Chữ số tận cùng của 1^8 bằng 1.
- Chữ số tận cùng của 2^8 bằng 6.
- Chữ số tận cùng của 3^8 bằng 1.
- Chữ số tận cùng của 4^8 bằng 6.
- Chữ số tận cùng của 5^8 bằng 5.
- Chữ số tận cùng của 6^8 bằng 6.

Tổng các chữ số này bằng:

$$1 + 6 + 1 + 6 + 5 + 6 = 25$$

Vậy, $S = 11^8 + 12^8 + 13^8 + 14^8 + 15^8 + 16^8$ có chữ số tận cùng bằng: 5

b. Ta có:

- Chữ số tận cùng của 1^{123} bằng 1.
- Chữ số tận cùng của 3^{124} bằng 1.
- Chữ số tận cùng của 5^{125} bằng 5.

Tổng các chữ số này bằng:

$$1 + 1 + 5 = 7$$

Vậy, $S = 11^{123} + 13^{124} + 15^{125}$ có chữ số tận cùng bằng: 7.

c. Ta có:

- Chữ số tận cùng của 5^{205} bằng 5.
- Chữ số tận cùng của 7^{15} bằng 3.

Tổng các chữ số này bằng:

$$5 - 3 = 2$$

Vậy, $S = 125^{205} - 237^{15}$ có chữ số tận cùng bằng: 2.

Bài tập 7.

a. Ta có:

- Chữ số tận cùng của 3^{12} bằng 1.
- Chữ số tận cùng của 5^{13} bằng 5.
- Chữ số tận cùng của 7^{15} bằng 3.
- Chữ số tận cùng của 1^{19} bằng 1.

Tổng các chữ số này bằng:

$$1 + 5 + 3 + 1 = 10$$

Vậy, $S = 3^{12} + 5^{13} + 7^{15} + 11^{19}$ có chữ số tận cùng bằng: 0

b. Ta có:

- Chữ số tận cùng của 95^{354} cũng chính bằng chữ số tận cùng của 5^{354} là 5.
- Chữ số tận cùng của 51^{25} cũng chính bằng chữ số tận cùng của 1^{25} là 1.

Vậy, $S = 95^{354} - 51^{25}$ có chữ số tận cùng bằng: 4.

Bài tập 8. Ta được:

a. Ta có:

$$125^4 = 5^{12} < 6^{12}$$

Mà $6^{12} < 7^{12} = 49^6$.

Vậy, ta có $125^4 < 7^{12}$

b. Ta có:

$$81^7 = 9^{14} > 8^{14}.$$

Mà $8^{14} > 7^{14}$.

Vậy, ta có $81^7 > 7^{14}$.

c. Ta có:

$$31^{11} < 32^{11} = (2^5)^{11} = 2^{55}. \quad (1)$$

Lại có:

$$17^{14} > 16^{14} = (2^4)^{14} = 2^{56}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$31^{11} < 17^{14}.$$

Bài tập 9.

a. Ta có:

$$64^5 = 8^{10} < 9^{10} < 11^{10}.$$

b. Ta có:

$$7^6 < 4^{12} = 64^4 < 65^4.$$

c. Ta có:

$$80^{13} < 81^{13} = (3^4)^{13} = 3^{52}. \quad (1)$$

Lại có:

$$244^{11} > 243^{11} = (3^5)^{11} = 3^{55}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$80^{13} < 244^{11}.$$

Bài tập 10. Ta xét:

$$2^n = 2.\ 2^{n-1}.$$

Do đó:

$$5^{2^n} = 5^{(2.2^{n-1})} = \left(5^2\right)^{2^{n-1}} = (25)^{2^{n-1}}.$$

Ta có, chữ số tận cùng của $(25)^{2^{n-1}}$ cũng là chữ số tận cùng của $(5)^{2^{n-1}}$.

Mà, $(5)^{2^{n-1}}$ có chữ số tận cùng là 5 nên chữ số tận cùng của 5^{2^n} cũng là 5.

Vậy, chữ số tận cùng của $5^{2^n} + 2$ là 7 (đpcm).

CHỦ ĐỀ 7

TÍNH CHẤT CHIA HẾT

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA MỘT TỔNG, HIỆU

Thí dụ 1:

1. Nhận thấy rằng:

    15 và 6 đều chia hết cho 3.

    Khi đó:

    15 + 6 = 21 cũng chia hết cho 3.

    15 - 6 = 9 cũng chia hết cho 3.

2. Nhận thấy rằng:

    15 chia hết cho 5 và số 6 không chia hết cho 5.

    Khi đó:

    15 + 6 = 21 không chia hết cho 5.

    15 - 6 = 9 không chia hết cho 5.

Từ thí dụ này, chúng ta ghi nhận được hai tính chất của phép chia hết:

Tính chất 1: *Nếu tất cả các số hạng của một tổng (hoặc hiệu) cùng chia hết cho cùng một số thì tổng (hoặc hiệu) chia hết cho số đó.*

$$a \vdots m \text{ và } b \vdots m \Rightarrow (a + b) \vdots m$$

$$\Rightarrow (a - b) \vdots m \text{ với } a \geq b.$$

Tính chất 2: *Nếu chỉ có một số hạng của tổng không chia hết cho một số, còn các số hạng khác đều chia hết cho số đó, thì tổng (hoặc hiệu) không chia hết cho số đó.*

$$a \not\vdots\, m \text{ và } b \vdots m \Rightarrow (a + b) \not\vdots\, m$$

$$\Rightarrow (a - b) \not\vdots\, m \text{ với } a \geq b.$$

Hệ quả:

1. Tính chất 1 và tính chất 2 có thể áp dụng cho một tổng (hoặc hiệu) chứa nhiều số hạng.

2. Nếu trong một tổng (hoặc hiệu), các số hạng không chia hết cho m nhưng tổng (hoặc hiệu) các số dư trong phép chia số hạng đó cho m lại chia hết cho m thì tổng (hoặc hiệu) đó cũng chia hết cho m.

$$\begin{cases} a = pm + q \\ b = tm + s \\ (q + s) \vdots m \end{cases} \Rightarrow (a + b) \vdots m.$$

$$\begin{cases} a = pm + q \\ b = tm + s \\ (q - s) \vdots m \end{cases} \Rightarrow (a - b) \vdots m.$$

3. Nếu một tổng (hoặc hiệu) chia hết cho m và một trong hai số hạng chia hết cho m thì số hạng còn lại cũng chia hết cho m.

$$\begin{cases} (a + b) \vdots m \\ a \vdots m \end{cases} \Rightarrow b \vdots m.$$

$$\begin{cases} (a - b) \vdots m \\ a \vdots m \end{cases} \Rightarrow b \vdots m.$$

2. MỘT SỐ DẤU HIỆU CHIA HẾT

Thí dụ 2:

1. Nhận thấy rằng các số 2, 14, 56, 198 đều chia hết cho 2 và từ đó ta nhận được dấu hiệu:

   " *Các số có tận cùng là số chẵn* "

   đều chia hết cho 2.

2. Nhận thấy rằng các số 6, 96, 909 đều chia hết cho 3 và hãy xem:

   - Với số 96, ta có $9 + 6 = 15 \vdots 3$.
   - Với số 909, ta có $9 + 0 + 9 = 18 \vdots 3$.

   Từ đó ta nhận được dấu hiệu:

   " *Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3* "

   đều chia hết cho 3.

3. Nhận thấy rằng các số 8, 724, 1316 đều chia hết cho 4 và hãy xem:

   - Với số 724 có hai chữ số tận cùng là $24 \vdots 4$.
   - Với số 1316 có hai chữ số tận cùng là $16 \vdots 4$.

Từ đó ta nhận được dấu hiệu:

" *Các số có hai chữ số cuối cùng chia hết cho 4* "

đều chia hết cho 4.

...

Từ đây, ta có bảng dấu hiệu chia hết sau:

Chia hết cho	Dấu hiệu
2	*Các số có tận cùng là số chẵn*
3	*Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3*
4	*Các số có hai chữ số cuối cùng chia hết cho 4*
5	*Các số có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5*
6	*Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 trong đó số tận cùng là số chẵn.*
9	*Các số có tổng các chữ số chia hết cho 9*
10	*Các số có chữ số tận cùng là 0*
11	*Các số có hiệu của tổng các chữ số hàng chẵn và tổng của các chữ số hàng lẻ chia hết cho 11.*

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Cho một số tự nhiên có 4 chữ số có dạng:

$$\overline{83ab}.$$

Tìm a và b để số đó chia hết cho 2, chia hết cho 3 và chia hết cho 5.

Giải

Ta có:

- Số chia hết cho 2 có chữ số tận cùng là chữ số chẵn. (1)
- Số chia hết cho 3 có tổng các chữ số chia hết cho 3. (2)
- Số chia hết cho 5 có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5. (3)

Từ điều kiện (1) và (3), ta được b = 0

Suy ra, số cần tìm có dạng $\overline{83a0}$.

Từ điều kiện (2) ta có:

$$(8 + 3 + a + 0) \vdots 3 \Rightarrow (11 + a) \vdots 3$$

$$\Rightarrow (11 + a) = 3k\ (k \in \mathbf{N}) \Rightarrow a = 3k - 11$$

Mà a nhận giá trị từ 0 đến 9.

Do đó:

- Với k = 0, 1, 2, 3 ⇒ không thoả mãn.
- Với k = 4 ⇒ a = 1.
- Với k = 5 ⇒ a = 4.
- Với k = 6 ⇒ a = 7.
- Với k = 7, 8, ... ⇒ không thoả mãn.

Vậy, có ba số cần tìm là 8310, 8340, 8370.

Ví dụ 2: Cho một số tự nhiên có 4 chữ số có dạng:

$$\overline{25**}.$$

Thay * bằng chữ số thích hợp để số đó không chia hết cho 2, chia hết cho 5 và:

a. Chia hết cho 9.

b. Chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9.

Giải

Ta có:

- Số chia hết cho 2 có chữ số tận cùng là chữ số chẵn.
- Số chia hết cho 5 có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5.

Vậy, một số không chia hết cho 2 và chia hết cho 5 có dạng $\overline{25*5}$.

a. Số chia hết cho 9 có tổng các chữ số chia hết cho 9.

Ta được:

$$(2 + 5 + * + 5) \vdots 9 \Rightarrow (12 + *) \vdots 9$$

$$\Rightarrow (12 + *) \vdots 9k\ (k \in \mathbf{N}) \Rightarrow * = 9k - 12$$

Mà * nhận giá trị từ 0 đến 9.

Do đó:

- Với k = 0, 1 ⇒ không thoả mãn.
- Với k = 2 ⇒ * = 6.
- Với k = 3, 4, ... ⇒ không thoả mãn.

Vậy, số cần tìm là 5265.

b. Số chia hết cho 3 có tổng các chữ số chia hết cho 3.

Ta được:

$$(12 + *) \vdots 3 \Rightarrow (12 + *) \vdots 3k\ (k \in \mathbf{N}) \Rightarrow * = 3k - 12$$

Mà * nhận giá trị từ 0 đến 9.

Do đó:

- Với k = 0, 1, 2, 3 ⇒ không thoả mãn.
- Với k = 4 ⇒ * = 0.
- Với k = 5 ⇒ * = 3.
- Với k = 6 ⇒ * = 6.
- Với k = 7 ⇒ * = 9.
- Với k = 8, 9, ... ⇒ không thoả mãn.

Vậy, ta có 4 số chia hết cho 3 là:

2505, 2535, 2565, 2595.

Lại có, số chia hết cho 9 có tổng các chữ số chia hết cho 9.

Do đó số cần tìm là 2505, 2535, 2595.

Ví dụ 3: Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì:

$$(n + 1)(n + 4) \vdots 2.$$

Giải

Ta xét hai trường hợp của n:

Trường hợp 1. Nếu n là số chẵn, tức là:

$n = 2k$ với $k \in \mathbb{N}$.

Khi đó:

$$(n + 4) = (2k + 4) \vdots 2$$

$$\Rightarrow (n + 1)(n + 4) \vdots 2 \text{ - đpcm}$$

Trường hợp 2. Nếu n là số lẻ, tức là:

$n = 2k + 1$ với $k \in \mathbb{N}$.

Khi đó:

$$(n + 1) = (2k + 1 + 1) = (2k + 2) \vdots 2$$

$$\Rightarrow (n + 1)(n + 2) \vdots 2 \text{ - đpcm}$$

Vậy, với mọi số tự nhiên n thì tích $(n + 1)(n + 4) \vdots 2$.

Chú ý: Cũng có thể sử dụng lập luận như sau:

" *Với mọi số tự nhiên n thì trong hai số n + 1 và n + 4 sẽ có một số chẵn, do đó tích của chúng sẽ luôn chia hết cho 2*".

Ví dụ 4: Người ta lấy một mảnh giấy xé làm 5 mảnh, sau đó lại lấy mảnh nhỏ đó xé làm 5 mảnh nhỏ hơn. Hỏi sau k lần xé giấy như vậy ta có được một số chia hết cho 2 không ?

Giải

Ta thấy:

- Sau mỗi lần xé, từ một mảnh giấy thành 5 mảnh.
- Sau mỗi lần xé số mảnh giấy tăng lên 4 mảnh.

Do đó, lần xé thứ nhất ta được:

$$4 + 1 = 5 \text{ (mảnh)}$$

Lần xé thứ hai ta được:

$$(5 - 1) + (4 + 1) = 4 + 4 + 1 = 4.\ 2 + 1 = 9 \text{ (mảnh)}$$

Tổng quát: sau k lần xé ta được:

$$4.\ k + 1 \text{ (mảnh), với } k \in \mathbf{N}$$

Nhận thấy $(4.\ k + 1)$ là một số lẻ nên không chia hết cho 2.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu hai tính chất của phép chia hết.

Câu hỏi 2: Nêu dấu hiệu nhận biết chia hết cho 2.

Câu hỏi 3: Nêu dấu hiệu nhận biết chia hết cho 3.

Câu hỏi 4: Nêu dấu hiệu nhận biết chia hết cho 4.

Câu hỏi 5: Nêu dấu hiệu nhận biết chia hết cho 5.

Câu hỏi 6: Nêu dấu hiệu nhận biết chia hết cho 6.

Câu hỏi 7: Nêu dấu hiệu nhận biết chia hết cho 9.

Câu hỏi 8: Nêu dấu hiệu nhận biết chia hết cho 10.

Câu hỏi 9: Nêu dấu hiệu nhận biết chia hết cho 11.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Thay * bằng các chữ số thích hợp để:

a. $\overline{45*}$ chia hết cho cả 2 và 9.

b. $\overline{9*4}$ chia hết cho cả 3 và 4.

c. $\overline{*18*}$ chia hết cho cả 2, 3, 5, 9.

Bài tập 2. Dùng ba trong bốn chữ số 0, 2, 3, 5 để ghép thành một số tự nhiên có ba chữ số sau cho số đó:

a. Chia hết cho 3 và 5.

b. Chia hết cho 3 mà không chia hết cho 5.

Bài tập 3. Từ 1 đến 100 có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 2, bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5 ?

Bài tập 4. Chứng minh rằng:

a. Tổng của ba số tự nhiên liên tiếp là một số chia hết cho 3.

b. Tổng của bốn số tự nhiên liên tiếp là một số không chia hết cho 4.

Bài tập 5. Chứng minh rằng:

$$(n + 10)(n + 15) \vdots 2 \text{ với } n \in \mathbf{N}$$

Bài tập 6. Chứng minh rằng:

$$n(n + 1)(2n + 1) \vdots 3 \text{ với } n \in \mathbf{N}$$

Bài tập 7. Chứng minh rằng:

$$n(n + 1)(n + 2) \vdots 6 \text{ với } n \in \mathbf{N}$$

Bài tập 8. Chứng minh rằng:

$$n(n^2 + 1)(n^2 + 4) \vdots 5 \text{ với } n \in \mathbf{N}$$

Bài tập 9. Người ta lấy một mảnh giấy xé làm 3 mảnh, sau đó lại lấy mảnh nhỏ đó xé làm 3 mảnh nhỏ hơn. Hỏi sau k lần xé giấy như vậy ta có được một số chia hết cho 2 không ?

Bài tập 10. Người ta lấy một mảnh giấy xé làm 7 mảnh, sau đó lại lấy mảnh nhỏ đó xé làm 7 mảnh nhỏ hơn. Hỏi sau k lần xé giấy như vậy ta có được một số chia hết cho 6 không ?

V.HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Ta có:

$\overline{45*}$ chia hết cho cả 2 và 9.

Do đó:

- * phải là một số chẵn và
- 4 + 5 + * chia hết cho 9.

Suy ra, * = 0.

Vậy, số cần tìm là 450.

b. Ta có:

$\overline{9*4}$ chia hết cho cả 3 và 4.

Do đó:

- 9 + * + 4 chia hết cho 3 và
- * 4 chia hết cho 4

Suy ra, * = 2 và * = 8.

Vậy, số cần tìm là 924 và 984.

c. Ta có:

$\overline{*18*}$ chia hết cho cả 2, 3, 5, 9.

Do đó:

- $\overline{*18*}$ phải là một số chẵn;
- * + 1 + 8 + * chia hết cho 3;
- $\overline{*18*}$ có chữ số tận cùng là 5 hoặc 0;
- * + 1 + 8 + * chia hết cho 9;

Vậy, số cần tìm là 9180.

Bài tập 2.

Dùng ba trong bốn chữ số 0, 2, 3, 5 để ghép thành một số tự nhiên có ba chữ số. Ta được:

203, 205, 230, 235, 250, 253, 302, 305, 320, 325, 350, 352, 502, 503, 520, 523, 530, 532.

a. Từ dãy số trên ta chọn ra được các số chia hết cho 3 và 5 là:

255, 300, 525 .

b. Từ dãy số trên ta chọn ra được các số chia hết cho 3 mà không chia hết cho 5 là:

552.

Bài tập 3. Ta được:

Các số tự nhiên chia hết cho 2 là các số chẵn: 2, 4, 6, ..., 98, 100, gồm:

(100 - 2) : 2 + 1 = 50 (số)

Các số tự nhiên chia hết cho 5 là các số: 5, 10, 15, ..., 95, 100, gồm:

(100 - 5) : 5 + 1 = 20 (số)

Bài tập 4.

a. Giả sử ba số tự nhiên liên tiếp là a, a + 1, a + 2 ($a \in \mathbb{N}$).

Tổng ba số tự nhiên liên tiếp:

$$a + (a + 1) + (a + 2) = 3a + 3 = 3(a + 1) \vdots 3 \text{ - đpcm.}$$

b. Giả sử bốn số tự nhiên liên tiếp là a, a + 1, a + 2, a + 3 ($a \in \mathbb{N}$).

Tổng bốn số tự nhiên liên tiếp:

$$a + (a + 1) + (a + 2) + (a + 3) = 4a + 6 = 4(a + 1) + 2 \not\vdots 4 \text{ - đpcm.}$$

Bài tập 5. Ta có:

$$n = 2k + r \text{ với } r = 0, 1.$$

Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1. $n = 2k$ với $k \in \mathbb{N}$ (n chia hết cho 2).

$\Rightarrow (n + 10) \vdots 2 \Rightarrow (n + 10)(n + 15) \vdots 2$ - đpcm.

Trường hợp 2. $n = 2k + 1$ với $k \in \mathbb{N}$ (n chia cho 2 dư 1).

$\Rightarrow (n + 15) = (2k + 1 + 15) = (2k + 16)$

$= 2(k + 8) \vdots 2$

$\Rightarrow (n + 10)(n + 15) \vdots 2$ - đpcm.

Vậy, với mọi số tự nhiên n thì tích $(n + 10)(n + 15) \vdots 2$.

Bài tập 6. Ta có:

$$n = 3k + r \text{ với } r = 0, 1, 2.$$

Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1. $n = 3k$ với $k \in \mathbb{N}$ (n chia hết cho 3).

Khi đó:

$n \vdots 3 \Rightarrow n(n + 1)(2n + 1) \vdots 3$ - đpcm.

Trường hợp 2. $n = 3k + 1$ với $k \in \mathbb{N}$ (n chia cho 3 dư 1).

Khi đó:

$(2n + 1) = (6k + 2 + 1) = (6k + 3) = 3(2k + 1) \vdots 3$

$\Rightarrow n(n + 1)(2n + 1) \vdots 3$ - đpcm.

Trường hợp 3. $n = 3k + 2$ với $k \in \mathbb{N}$ (n chia cho 3 dư 2).

Khi đó:

$(n + 1) = (3k + 2 + 1) = (3k + 3) = 3(k + 1) \vdots 3$

$\Rightarrow n(n + 1)(n + 2) \vdots 6$ - đpcm.

Bài tập 7. Ta có:

$$n = 6k + r \text{ với } r = 0, 1, 2, 3, 4, 5.$$

Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1. $n = 6k$ với $k \in \mathbf{N}$ (n chia hết cho 6).

Khi đó:

$$n \vdots 6 \Rightarrow n(n+1)(n+2) \vdots 6 \text{ - đpcm.}$$

Trường hợp 2. $n = 6k + 1$ với $k \in \mathbf{N}$ (n chia cho 6 dư 1).

Khi đó:

$$(n+1) = (6k + 1 + 1) = (6k + 2) = 2(3k + 1) \vdots 2 \quad (1)$$

Lại có:

$$(n+2) = (6k + 1 + 2) = (6k + 3) = 3(2k + 1) \vdots 3 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow n(n+1)(n+2) \vdots 6$ - đpcm.

Trường hợp 3. $n = 6k + 2$ với $k \in \mathbf{N}$ (n chia cho 6 dư 2).

Khi đó:

$$(n+1) = (6k + 2 + 1) = (6k + 3) = 3(2k + 1) \vdots 3 \quad (3)$$

Lại có:

$$(n+2) = (6k + 2 + 2) = (6k + 4) = 2(3k + 2) \vdots 2 \quad (4)$$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow n(n+1)(n+2) \vdots 6$ - đpcm.

Trường hợp 4. $n = 6k + 3$ với $k \in \mathbf{N}$ (n chia cho 6 dư 3).

Khi đó:

$$n = 6k + 3 = 3(2k + 1) \vdots 3 \quad (5)$$

Lại có:

$$(n+1) = (6k + 3 + 1) = (6k + 4) = 2(3k + 2) \vdots 2 \quad (6)$$

Từ (5) và (6) $\Rightarrow n(n+1)(n+2) \vdots 6$ - đpcm.

Trường hợp 5. $n = 6k + 4$ với $k \in \mathbf{N}$ (n chia cho 6 dư 4).

Khi đó:

$$(n+2) = (6k + 4 + 2) = (6k + 6) = 6(k + 1) \vdots 6 \quad (7)$$

Vậy, $n(n+1)(n+2) \vdots 6$ - đpcm.

Trường hợp 6. $n = 6k + 5$ với $k \in \mathbf{N}$ (n chia cho 6 dư 5).

Khi đó:

$$(n+1) = (6k + 5 + 1) = (6k + 6) = 6(k + 1) \vdots 6 \quad (8)$$

Vậy, $n(n+1)(n+2) \vdots 6$ - đpcm.

Bài tập 8. Ta có:

$$n = 5k + r \text{ với } r = 0, 1, 2, 3, 4.$$

Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1. $n = 5k$ với $k \in \mathbf{N}$ (n chia hết cho 5).

Khi đó:

$$n \vdots 5 \Rightarrow n(n^2 + 1)(n^2 + 4) \vdots 5 \text{ - dpcm.}$$

Trường hợp 2. $n = 5k + 1$ với $k \in \mathbf{N}$ (n chia cho 5 dư 1).

Khi đó:

$$n^2 + 4 = (5k + 1)^2 + 4 = (25k^2 + 10k + 5)$$
$$= 5(5k^2 + 2k + 1) \vdots 5$$

Vậy, $n(n^2 + 1)(n^2 + 4) \vdots 5$ - dpcm.

Trường hợp 3. $n = 5k + 2$ với $k \in \mathbf{N}$ (n chia cho 5 dư 2).

Khi đó:

$$n^2 + 1 = (5k + 2)^2 + 1 = (25k^2 + 20k + 5)$$
$$= 5(5k^2 + 4k + 1) \vdots 5$$

Vậy, $n(n^2 + 1)(n^2 + 4) \vdots 5$ - dpcm.

Trường hợp 4. $n = 5k + 3$ với $k \in \mathbf{N}$ (n chia cho 5 dư 3).

Khi đó:

$$n^2 + 1 = (5k + 3)^2 + 1 = (25k^2 + 30k + 10)$$
$$= 5(5k^2 + 6k + 2) \vdots 5$$

Vậy, $n(n^2 + 1)(n^2 + 4) \vdots 5$ - dpcm.

Trường hợp 5. $n = 5k + 4$ với $k \in \mathbf{N}$ (n chia cho 5 dư 4).

Khi đó:

$$n^2 + 4 = (5k + 4)^2 + 4 = (25k^2 + 40k + 20)$$
$$= 5(5k^2 + 8k + 4) \vdots 5$$

Vậy, $n(n^2 + 1)(n^2 + 4) \vdots 5$ - dpcm

Kết luận: Với mọi số tự nhiên n thì tích $n(n^2 + 1)(n^2 + 4) \vdots 5$.

Bài tập 9.

Ta thấy:

- Sau mỗi lần xé, từ một mảnh giấy thành 3 mảnh.
- Sau mỗi lần xé số mảnh giấy tăng lên 2 mảnh.

Do đó, lần xé thứ nhất ta được:

$$2 + 1 = 3 \text{ (mảnh)}$$

Lần xé thứ hai ta được:

$(3 - 1) + (2 + 1) = 2 + 2 + 1 = 2.\ 2 + 1 = 5$ (mảnh)

Tổng quát: sau k lần xé ta được:

$2.\ k + 1$ (mảnh), với $k \in \mathbf{N}$

Nhận thấy $(2.\ k + 1)$ là một số lẻ nên không chia hết cho 2.

Bài tập 10.

Ta thấy:

- Sau mỗi lần xé, từ một mảnh giấy thành 7 mảnh.
- Sau mỗi lần xé số mảnh giấy tăng lên 6 mảnh.

Do đó, lần xé thứ nhất ta được:

$6 + 1 = 3$ (mảnh)

Lần xé thứ hai ta được:

$(7 - 1) + (6 + 1) = 6 + 6 + 1 = 2.\ 6 + 1 = 13$ (mảnh)

Tổng quát: sau k lần xé ta được:

$6.\ k + 1$ (mảnh), với $k \in \mathbf{N}$

Nhận thấy $(6.\ k + 1)$ là một số không chia hết cho 6.

CHỦ ĐỀ 8 ƯỚC VÀ BỘI

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. ƯỚC VÀ BỘI

Thí dụ 1: Nhận xét rằng:

$12 \vdots 3$

Khi đó ta nói:

- 12 là bội của 3.
- 3 là ước của 12.

Từ đó ta có định nghĩa sau:

Nếu có số tự nhiên a chia hết cho b thì ta nói a là bội của b và b là ước của a.

Chú ý:
1. Tập hợp các ước của a, được kí hiệu là Ư(a).
2. Số 1 và a cũng là ước của a. Các ước của a (khác a) được gọi là các ước thực sự của a.
3. Tập hợp các bội của b được kí hiệu là B(b).

2. CÁCH TÌM ƯỚC VÀ BỘI

Thí dụ 2: Với số 2, ta nhận thấy các số:

$0 = 0.2$ — chia hết cho 2, suy ra 0 là bội của 2.

$2 = 1.2$ — chia hết cho 2, suy ra 2 là bội của 2.

$4 = 2.2$ — chia hết cho 2, suy ra 4 là bội của 2.

...

$100 = 50.2$ — chia hết cho 2, suy ra 100 là bội của 2.

Từ đó, để tìm bội của một số ta sử dụng quy tắc sau:

***Quy tắc**: Muốn tìm bội của một số khác 0, ta nhân số đó lần lượt với 0, 1, 2, ...*

Nhận xét: Một số $a \neq 0$ có vô số bội số và các bội của a có dạng:

$$B(a) = k \cdot a \text{ với } k \in \mathbb{N}.$$

Thí dụ 3: Với số 12, ta nhận thấy các số:

12 ⋮ 1, suy ra 1 là ước của 12.

12 ⋮ 2, suy ra 2 là ước của 12.

12 ⋮ 3, suy ra 3 là ước của 12.

12 ⋮ 4, suy ra 5 là ước của 12.

12 ⋮̸ 5, suy ra 5 không là ước của 12.

12 ⋮ 6, suy ra 6 là ước của 12.

...

12 ⋮ 12, suy ra 12 là ước của 12.

Từ đó, để tìm ước của một số ta sử dụng quy tắc sau:

> ***Quy tắc**: Muốn tìm các ước của a (với a > 1) ta lần lượt chia a cho các số tự nhiên từ 1 đến a để xét xem a chia hết cho số nào. Khi đó các số ấy là ước của a.*

Chú ý: Trong trường hợp muốn tìm các ước thực sự của a, ta lần lượt lấy a chia cho số k, trong đó k được lấy từ 1 đến (a : 2).

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Viết tập hợp gồm 5 phần tử. Trong đó, từng phần tử là bội của 8. Sau đó, viết dạng tổng quát các số là bội của 8.

Giải

Ta có, tập hợp gồm 5 phần tử là bội của 8:

$$B(8) = \{8, 16, 24, 64, 72\}$$

Vậy, dạng tổng quát của các số là bội của 8 là:

$$n = 8 . k, \text{ với } k \in \mathbf{N}.$$

Ví dụ 2: Tìm tập hợp tất cả các ước của 30. Sau đó, tính tổng các ước thực sự.

Giải

Dễ thấy, 30 chia hết cho các số: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

Do vậy,

Ư(30) = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}.

Ta có, tổng các ước thực sự là:

$1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 10 + 15 = 42.$

Chú ý: Nếu một số mà tổng các ước thực sự của nó bằng chính nó thì ta gọi số đó là *số hoàn hảo* (hay số hoàn chỉnh). Chẳng hạn:

$$6 = 1 + 2 + 3,$$

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14.$$

Ví dụ 3: Tìm các số tự nhiên x sao cho:

a. $x \in B(5)$ và $20 \le x \le 40$.

b. $x \in Ư(35)$ và $0 \le x \le 25$.

c. $x \,\vdots\, 7$ và $x < 70$.

Giải

a. Ta có, tập hợp các số là bội của 5 có dạng:

$$B(5) = 5.k,\ k \in \mathbf{N}.$$

Suy ra:

$$20 \le 5k \le 40 \Rightarrow 4 \le k \le 8.$$

Vậy, tập hợp các số x thoả mãn điều kiện $x \in B(5)$ và $20 \le x \le 40$ là:

$$X = \{20, 25, 30, 35, 40\}.$$

b. Ta có,

$$Ư(35) = \{1, 3, 5, 7, 35\}.$$

Vậy, tập hợp các số x thoả mãn điều kiện $x \in Ư(35)$ và $0 \le x \le 25$ là:

$$X = \{1, 3, 5, 7\}.$$

c. Ta có, tập hợp các số $x \,\vdots\, 7$ là B(7) có dạng:

$$B(7) = 7.k,\ k \in \mathbf{N}.$$

Suy ra:

$$7k < 70 \Rightarrow k < 10.$$

Vậy, tập hợp các số x thoả mãn điều kiện $x \,\vdots\, 7$ và $x < 70$ là:

$$X = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63\}.$$

Ví dụ 4: Chứng minh rằng các số sau là bội của 5.

a. $17^{1205} - 2$.

b. $32^{1381} + 3$.

Giải

a. Ta có:

$$17 = 10 + 7.$$

Vậy, số tận cùng của 17^{1205} chính là số tận cùng của 7^{1205}.

Ta có bảng chỉ mối liên hệ giữa n với số tận cùng của 7^n:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	1	7	9	3	1	7	9	3	1	7	9	

Nhận xét:

- Các chữ số cuối cùng được lặp lại theo chu kì 4k + l, với k là số tự nhiên và $l = \overline{0,3}$.
- Tức là:
  - n = 0, 4, 8, 12, ..., 4k + 0 có chung chữ số cuối cùng là 1;
  - n = 1, 5, 9, ..., 4k + 1 có chung chữ số cuối cùng là 7;
  - n = 2, 6, 10, ..., 4k + 2 có chung chữ số cuối cùng là 9;
  - n = 3, 8, 11, ..., 4k + 3 có chung chữ số cuối cùng là 3;

Ta có:

$7^{1205} = 2^{301.4+1}$.

Do đó, số tận cùng của 17^{1205} là 7.

Suy ra, số tận cùng của 17^{1205} - 2 là 5.

Theo dấu hiệu chia hết cho 5, suy ra:

$(17^{1205} - 2) \vdots 5$ - dpcm.

b. Ta có:

32 = 30 + 2.

Vậy, số tận cùng của 32^{1381} chính là số tận cùng của 2^{1381}.

Ta xét lũy thừa 2^n với n là số tự nhiên.

Ta có bảng chỉ mối liên hệ giữa n với số tận cùng của 2^n:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	1	2	4	8	6	2	4	8	6	2	4	

Nhận xét:

- Các chữ số cuối cùng được lặp lại theo chu kì 4k + l, với k là số tự nhiên và $l = \overline{0,3}$.
- Tức là:
  - n = 0, 4, 8, ..., 4k + 0 có chung chữ số cuối cùng là 6;
  - n = 1, 5, 9, ..., 4k + 1 có chung chữ số cuối cùng là 2;
  - n = 2, 6, 10, ..., 4k + 2 có chung chữ số cuối cùng là 4;
  - n = 3, 7, 11, ..., 4k + 3 có chung chữ số cuối cùng là 8;

Ta có:

$$2^{1381} = 2^{345.4+1}.$$

Do đó, số tận cùng của 32^{1381} là 2.

Suy ra, số tận cùng của $32^{1381} + 3$ là 5.

Theo dấu hiệu chia hết cho 5, suy ra:

$$(32^{1381} + 3) \vdots 5 \text{ - đpcm.}$$

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu định nghĩa khái niệm bội và ước.

Câu hỏi 2: Phát biểu quy tắc tìm bội của số a khác 0.

Câu hỏi 3: Phát biểu quy tắc tìm ước của số a lớn hơn 1.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Viết tập hợp gồm 10 phần tử. Trong đó, từng phần tử là bội của 5 và nhỏ hơn 80. Sau đó, viết dạng tổng quát các số là bội của 5.

Bài tập 2. Viết tập hợp gồm 10 phần tử. Trong đó, từng phần tử là bội của 9 và nhỏ hơn 200. Sau đó, viết dạng tổng quát các số là bội của 9.

Bài tập 3. Các số sau đây số nào là số hoàn hảo:

16, 124, 352, 248.

Bài tập 4. Tìm các số tự nhiên x sao cho:

a. $x \in B(15)$ và $10 < x < 50$.

b. $x \in Ư(40)$ và $x < 24$.

c. $x \vdots 17$ và $x < 58$.

Bài tập 5. Tìm các số tự nhiên x sao cho:

a. $x \in B(13)$ và $10 < x < 150$.

b. $x \in Ư(54)$ và $x < 46$.

c. $x \vdots 71$ và $x < 159$.

Bài tập 6. Cho các số tự nhiên:

12, 46, 81, 32.

a. Tìm tất cả các ước thực sự của các số đó.

b. Tính tổng của các ước thực sự của mỗi số.

Bài tập 7. Cho các số tự nhiên:

128, 346, 98, 132, 496.

a. Tìm tất cả các ước thực sự của các số đó.

b. Tính tổng của các ước thực sự của mỗi số.

Bài tập 8. Chứng minh rằng các số sau là bội của 2.

a. $13^{12} + 15^{13} + 17^{15} + 21^{19}$.

b. $1^{123} + 3^{124} + 5^{125} + 7^{128}$.

c. $25^{205} - 37^{15}$.

d. $75^{354} - 151^{25}$.

Bài tập 9. Tìm các số tự nhiên n để các biểu thức sau có giá trị là một số tự nhiên.

a. $A = \dfrac{16}{3n+1}$. b. $B = \dfrac{n+3}{n-3}$.

Bài tập 10. Tìm các số tự nhiên n để các biểu thức sau có giá trị là một số tự nhiên.

a. $\dfrac{15}{2n+1}$. b. $\dfrac{n+5}{n-5}$.

V.HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

Ta có, tập hợp gồm 10 phần tử là bội của 5 và nhỏ hơn 80:

$$B(5) = \{5, 10, 15, 20, 30, 35, 40, 45, 50, 80\}$$

Vậy, dạng tổng quát của các số là bội của 5 là:

$$n = 5 . k, \text{ với } k \in \mathbf{N}.$$

Bài tập 2.

Ta có, tập hợp gồm 10 phần tử là bội của 9 và nhỏ hơn 200:

$$B(5) = \{9, 18, 36, 45, 81, 90, 99, 108, 135, 162\}$$

Vậy, dạng tổng quát của các số là bội của 9 là:

$$n = 9 . k, \text{ với } k \in \mathbf{N}.$$

Bài tập 3.

Ta có:

Ư(16) = {1, 2, 4, 8, 16}

Ư(124) = {1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124}

Ư(352) = {1, 2, 4, 8, 11, 16, 22, 32, 44, 88, 176, 352}.

Ư(248) = {1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248}.

Nhận thấy:

$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 62 = 124.$

$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 62 + 124 = 248.$

Do đó, chỉ có số 124 và 248 là số hoàn hảo.

Bài tập 4.

a. Ta có:

$x \in B(15)$ và $10 < x < 50 \Rightarrow B(15) = \{10, 15, 30\}.$

Vậy, $X = \{15, 30, 45\}.$

b. Ta có:

$x \in Ư(40)$ và $x < 24 \Rightarrow Ư(40) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20\}$

Vậy, $X = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20\}.$

c. Ta có:

$x \vdots 17$ và $x < 58 \Rightarrow x \in Ư(17)$ và $x < 58$

$\Rightarrow Ư(17) = \{17, 34, 51\}.$

Vậy, $X = \{17, 34, 51\}.$

Bài tập 5.

a. Ta có:

$x \in B(13)$ và $10 < x < 150$

$\Rightarrow B(13) = \{13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130, 143\}.$

Vậy, $X = \{13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130, 143\}.$

b. Ta có:

$x \in Ư(54)$ và $x < 46 \Rightarrow Ư(54) = \{1\}.$

Vậy, $X = \{1\}.$

c. Ta có:

$x \vdots 71$ và $x < 159 \Rightarrow x \in Ư(71)$ và $x < 159$

$\Rightarrow Ư(71) = \{71, 142\}.$

Vậy, $X = \{71, 142\}.$

Bài tập 6.

a. Ta có:

$Ư(12) = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

$Ư(46) = \{1, 2, 23\}$

$Ư(81) = \{1, 3, 9, 27\}$

$Ư(32) = \{1, 2, 4, 8, 16\}.$

b. Tính tổng của các ước thực sự của mỗi số:

Ư(12) = {1, 2, 3, 4, 6} ⇒ S = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16.

Ư(46) = {1, 2, 23} ⇒ S = 1 + 2 + 23 = 26.

Ư(81) = {1, 3, 9, 27} ⇒ S = 1 + 3 + 9 + 27 = 40.

Ư(32) = {1, 2, 4, 8, 16} ⇒ S = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31.

Bài tập 7.

Ta có:

- Ư(128) = {1, 2, 4, 8, 16, 32, 64}
  và 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 127.
- Ư(346) = {1, 2, 173}
  và 1 + 2 + 173 = 180.
- Ư(98) = {1, 2, 7, 14, 49}
  và 1 + 2 + 7 + 14 + 49 = 73.
- Ư(132) = {1, 2, 3, 4, 6, 11, 12, 22, 33, 66}
  và 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 11 + 12 + 22 + 33 + 66 = 160.
- Ư(496) = {1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248}
  và 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248 = 496

Vậy, số 496 là số hoàn hảo.

Bài tập 8. *Hướng dẫn*

Chứng minh rằng chữ số tận cùng trong luỹ thừa thoả mãn dấu hiệu chia hết cho 2.

a. $13^{12} + 15^{13} + 17^{15} + 21^{19}$ có tận cùng là 0.

b. $1^{123} + 3^{124} + 5^{125} + 7^{128}$ có tận cùng là 8.

c. $25^{205} - 37^{15}$ có tận cùng là 4.

d. $75^{354} - 151^{25}$ có tận cùng là 4.

Bài tập 9.

a. Để $\frac{16}{3n+1}$ là một số tự nhiên thì 16 phải chia hết cho 3n + 1 hay 3n + 1 là ước của 16.

Ta có:

Ư(16) = {1, 2, 4, 8, 16}

Dễ thấy:

$1 = 0.3 + 1 \Rightarrow n = 0$,

$4 = 1.3 + 1 \Rightarrow n = 1$,

$16 = 5.3 + 1 \Rightarrow n = 5$.

Vậy có ba số tự nhiên n thoả mãn.

b. Ta có:

$$\frac{n+3}{n-3} = \frac{(n-3)+6}{n-3} = 1 + \frac{6}{n-3}.$$

Để $\frac{n+2}{n-3}$ là một số tự nhiên thì $\frac{6}{n-3}$ phải là một số tự nhiên hay n - 3 là ước của 6.

Lại có:

Ư(6) = {1, 2, 3, 6},

Dễ thấy:

$1 = 4 - 3 \Rightarrow n = 4$,

$2 = 5 - 3 \Rightarrow n = 5$,

$3 = 6 - 3 \Rightarrow n = 6$,

$6 = 9 - 3 \Rightarrow n = 9$,

Vậy có 4 số tự nhiên n thoả mãn.

Bài tập 10.

a. Để A là một số tự nhiên thì (2n + 1) phải là ước của 15.

Ta có:

Ư(15) = {1, 3, 5, 15}.

Do đó:

- Với $2n + 1 = 1 \Rightarrow n = 0$. Ta được, A = 15.
- Với $2n + 1 = 3 \Rightarrow n = 1$. Ta được, A = 5.
- Với $2n + 1 = 5 \Rightarrow n = 2$. Ta được, A = 3.
- Với $2n + 1 = 15 \Rightarrow n = 7$. Ta được, A = 1.

b. Ta có:

$$\frac{n+5}{n-5} = \frac{n-5+10}{n-5} = 1 + \frac{10}{n-5}$$

Để B là một số tự nhiên thì (n — 5) phải là ước của 10.

Ư(15) = {1, 2, 5, 10}.

Do đó:

- Với n - 5 = 1 ⇒ n = 6. Ta được, B = 11.
- Với n - 5 = 2 ⇒ n = 7. Ta được, B = 6.
- Với n - 5 = 5 ⇒ n = 10. Ta được, B = 3.
- Với n - 5 = 10 ⇒ n = 15. Ta được, B = 2.

CHỦ ĐỀ 9

SỐ NGUYÊN TỐ - HỢP SỐ BẢNG SỐ NGUYÊN TỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. SỐ NGUYÊN TỐ – HỢP SỐ

Thí dụ 1:

- Số 7 chỉ có hai ước là 1 và 7, khi đó ta nói 7 là số nguyên tố.
- Số 6 có các ước số là 1, 2, 3, 6, khi đó ta nói 6 là hợp số.

Như vậy, ta có định nghĩa:

Cho một số tự nhiên $a > 1$.

- *a được gọi là số nguyên tố nếu $Ư(a) = \{1, a\}$ (không có ước nào ngoài 1 và chính nó).*
- *a được gọi là hợp số nếu $Ư(a) = \{1, \ldots, a\}$ (có nhiều hơn 2 ước).*

Chú ý: Ta cần chú ý rằng:

- Số 0 và số 1 không phải là số nguyên tố cũng không phải là hợp số.
- Số nguyên tố nhỏ nhất là số 2 và là số nguyên tố chẵn duy nhất.
- Để chứng minh a là một số nguyên tố, ta chỉ cần chỉ ra được nó không chia hết cho mọi số nguyên tố có bình phương nhỏ hơn a.

***Tổng quát**: Số nguyên tố khác 2 và 3 đều có dạng:*

$$6n \pm 1 \text{ với } n \in N^*.$$

2. PHÂN TÍCH MỘT SỐ RA THỪA SỐ NGUYÊN TỐ

Ta có định nghĩa công việc:

- *Phân tích một số tự nhiên lớn hơn 1 ra thừa số nguyên tố là viết số đó dưới dạng một tích các thừa số nguyên tố.*
- *Mọi hợp số đều phân tích được ra thừa số nguyên tố và cách phân tích này là duy nhất.*

Thí dụ 2: Phân tích số 30 ra thừa số nguyên tố:

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

Suy ra, $60 = 2. 3. 5 = 2^2. 3^1. 5^1$.

Như vậy, số 30 đã được phân tích ra thừa số nguyên tố.

Từ ví dụ trên ta có một số nhận xét sau:

- Khi viết, các thừa số nguyên tố được sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.
- Ư(60) = {2, 3, 5, 6 = 2.3, 10 = 2.5, $12 = 2^2.3$, 15 = 3.5, $20 = 2^2.5$, 30 = 2.3.5, $60 = 2^2. 3. 5$}.
- Số 60 có:

  (2 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 3. 2. 2 = 12 (ước số).

Nhận xét: 1. Dạng phân tích ra thừa số nguyên tố của mỗi số nguyên tố là chính số đó.

2. Nếu số A được phân tích dưới dạng:

$$A = a^m. b^n. c^p \ldots$$

trong đó a, b, c là các số nguyên tố, thì A có tất cả:

$$(m + 1)(n + 1)(p + 1) \ldots$$

ước số

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Cho các số sau:

195, 210, 5005, 85085

Phân tích các số đã cho thành tích các thừa số nguyên tố.

Giải

Ta được:

195	3	210	2	5005	5	85085	5
65	5	105	3	1001	7	17017	7
13	13	35	5	143	11	2431	11
1		7	7	13	13	221	13
		1		1		17	17
						1	

Vậy,

$195 = 3.5.13,$

$210 = 2.3.5.7,$

$5005 = 5.7.11.13,$

$85085 = 5.7.11.13.17.$

Ví dụ 2: Cho các số sau:

346, 2311, 30220, 30031

Tìm trong các số trên, số nào là số nguyên tố? Tại sao?

Giải

Trong các số trên có hai số nguyên tố là 2311 và 30031.

Dễ thấy:

$2311 = 2310 + 1.$

Mà, 3210 có thể phân tích được thành:

2310	2
1155	3
385	5
77	7
11	11
1	

Do đó, 2311 không chia hết cho các số nguyên tố 2, 3, 5, 7, 11

Lại có, $11^2 = 121 < 2310$

Vậy, 3211 là số nguyên tố.

(*Học sinh chứng minh trường hợp còn lại tương tự*)

Ví dụ 3: Chứng minh rằng các số sau đây là hợp số:

a. $1 + 2^7 + 3^{11} + 5^{13} + 7^{17} + 11^{19}.$

d. $21^{123} + 23^{124} + 25^{125}.$

e. $425^{25} - 37^{15}.$

f. $195^{354} - 151^{25}.$

Giải

Nhận xét:

- Các chữ số cuối cùng của 1^n là 1.
- Các chữ số cuối cùng của 5^n là 5 với $n > 0$.
- Các chữ số cuối cùng của 2^n được lặp lại theo chu kì $4k + l$, với k là số tự nhiên và $l = \overline{0,3}$.

Tức là:

- $n = 0, 4, 8, ..., 4k + 0$ có chung chữ số cuối cùng là 6;
- $n = 1, 5, 9, ..., 4k + 1$ có chung chữ số cuối cùng là 2;
- $n = 2, 6, 10, ..., 4k + 2$ có chung chữ số cuối cùng là 4;
- $n = 3, 7, 11, ..., 4k + 3$ có chung chữ số cuối cùng là 8;

■ Các chữ số cuối cùng của 3^n được lặp lại theo chu kì $4k + l$, với k là số tự nhiên và $l = \overline{0,3}$.

Tức là:

- $n = 0, 4, 8, ..., 4k + 0$ có chung chữ số cuối cùng là 1;
- $n = 1, 5, 9, ..., 4k + 1$ có chung chữ số cuối cùng là 3;
- $n = 2, 6, 10, ..., 4k + 2$ có chung chữ số cuối cùng là 9;
- $n = 3, 7, 11, ..., 4k + 3$ có chung chữ số cuối cùng là 7;

■ Các chữ số cuối cùng của 7^n được lặp lại theo chu kì $4k + l$, với k là số tự nhiên và $l = \overline{0,3}$.

Tức là:

- $n = 0, 4, 8, ..., 4k + 0$ có chung chữ số cuối cùng là 1;
- $n = 1, 5, 9, ..., 4k + 1$ có chung chữ số cuối cùng là 7;
- $n = 2, 6, 10, ..., 4k + 2$ có chung chữ số cuối cùng là 9;
- $n = 3, 7, 11, ..., 4k + 3$ có chung chữ số cuối cùng là 3;

a. Ta có:

$2^7 + 3^{11} + 5^{13} + 7^{17} + 11^{19}$ có chữ số tận cùng là 8.

Suy ra, $2^7 + 3^{11} + 5^{13} + 7^{17} + 11^{19}$ chia hết cho 2.

Vậy đây là hợp số.

b. Ta có:

$1 + 21^{123} + 23^{124} + 25^{125}$ có chữ số tận cùng là 8

Suy ra, $21^{123} + 23^{124} + 25^{125}$ chia hết cho 2.

Vậy đây là hợp số.

c. Ta có:

$425^{25} - 37^{15}$ có chữ số tận cùng là 2

Suy ra, $425^{25} - 37^{15}$ chia hết cho 2.

Vậy đây là hợp số.

d. Ta có:

$195^{354} - 151^{25}$ có chữ số tận cùng là 4

Suy ra, $195^{354} - 151^{25}$ chia hết cho 2.

Vậy đây là hợp số.

<u>**Ví dụ 4:**</u> Cho số 420

a. Phân tích 420 ra thừa số nguyên tố.

b. Số 420 có tất cả bao nhiêu ước số.

c. Liệt kê tất cả các ước đó.

Giải

a. Ta có:

$$420 = 2^2 . 3 . 5 . 7.$$

b. Số các ước số của 420 là:

$$(1 + 2)(1 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 24 \text{ (ước)}.$$

c. Ta liệt kê trình tự theo 4 bước sau:

Bước 1. 420 có các ước là:

1, 2, 2^2. (1)

Bước 2. Nhân các số hạng của dãy (1) với 3, ta được dãy:

3, 6, 12. (2)

Bước 3. Nhân các số hạng của dãy (1), (2) với 5, ta được dãy:

5, 10, 20, 15, 30, 60. (3)

Bước 4. Nhân các số hạng của dãy (1), (2), (3) với 7, ta được dãy:

7, 14, 28, 21, 42, 84, 53, 70, 140, 105, 210, 420. (4)

Vậy ta có đủ 24 ước của 420:

1	2	3	4	5	6	7	10
12	14	15	20	21	28	30	42
53	60	70	84	105	140	210	420

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu định nghĩa hợp số và cho ví dụ.

Câu hỏi 2: Phát biểu định nghĩa số nguyên tố và cho ví dụ.

Câu hỏi 3: Nêu công thức tổng quát của số nguyên tố khác 2 và khác 3.

Câu hỏi 4: Thế nào là việc phân tích một số tự nhiên lớn hơn 1 ra thừa số nguyên tố ?

Câu hỏi 5: Mệnh đề " *Mọi hợp số đều phân tích được ra thừa số nguyên tố và cách phân tích này là duy nhất* " là đúng hay sai ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Hãy liệt kê các số nguyên tố có 2 chữ số.

Bài tập 2. Hãy liệt kê các số nguyên tố có 6 chữ số.

Bài tập 3. Chứng minh rằng các số sau đây là hợp số:

a. $12^{11} + 13^{17} + 17^{19}$.

b. $1 + 23^{23} + 29^{29} + 25^{125}$.

c. $45^{25} + 37^{15}$.

d. $95^{354} + 51^{25}$.

Bài tập 4. Cho số 350

a. Phân tích 350 ra thừa số nguyên tố.

b. Số 350 có tất cả bao nhiêu ước số.

c. Liệt kê tất cả các ước đó.

Bài tập 5. Cho số 540

a. Phân tích 540 ra thừa số nguyên tố.

b. Số 540 có tất cả bao nhiêu ước số.

c. Liệt kê tất cả các ước đó.

Bài tập 6. Trong một phép chia, số bị chia bằng 99, số dư bằng 8. Tìm số chia và thương.

Bài tập 7. Trong một phép chia, số bị chia bằng 376, số dư bằng 7. Tìm số chia và thương.

Bài tập 8. Tìm số tự nhiên n thoả mãn:

$$n, n + 2, n + 6$$

đều là số nguyên tố.

Bài tập 9. Tìm số tự nhiên n thoả mãn:

$$n, n + 4, n + 12.$$

đều là số nguyên tố.

Bài tập 10. Chứng minh rằng bình phương của một số nguyên tố khác 2 và khác 3 khi chia cho 12 đều dư 1.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.. Ta có, các số nguyên tố có hai chữ số:

Ta có, các số nguyên tố có hai chữ số:

13, 17, 19, 23, 29, 37, 41, 43, 47, 51, 53, 59, 61, 67, 71, 89, 91

Bài tập 2.

Số nguyên tố có 6 chữ số: 510511.

Có được bằng cách lấy:

2. 3. 5. 7. 11. 13. 17 + 1 = 510511.

và đây là số nguyên tố duy nhất có 6 chữ số

Bài tập 3. *Hướng dẫn*

Chứng minh rằng chữ số tận cùng trong luỹ thừa chia hết cho 2.

a. Khi đó:

$12^{11} + 13^{17} + 17^{19}$ có chữ số tận cùng là 8.

b. Khi đó:

$1^{1} + 23^{23} + 29^{29} + 25^{125}$ có chữ số tận cùng là 4.

c. Khi đó:

$45^{25} + 37^{15}$ có chữ số tận cùng là 2.

d. Khi đó:

$95^{354} + 51^{25}$ có chữ số tận cùng là 6.

Bài tập 4.

a. Ta có:

$350 = 2 . 5^2 . 7$

b. Các ước của 350 là:

Ư(350) = {1, 2, 5, 7, 10, 14, 25, 35, 50, 70, 175, 350}

Vậy, Số 350 có tất cả 12 ước số.

Bài tập 5.

a. Ta có:

$540 = 2^2 . 3^3 . 5$

b. Các ước của 540 là:

Ư(350) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 27,
30, 36, 45, 54, 60, 90, 108, 135, 180, 270, 540}

Vậy, Số 540 có tất cả 24 ước số.

Bài tập 6. Giả sử:

99 = a. x + 8 (với a là số chia, x là thương, a > 8)

$\Rightarrow$ a. x = 91.

Suy ra, a phải là ước của 91 và a > 8.

Phân tích ra thừa số nguyên tố, ta được:

91 = 13 . 7.

Vậy ta có hai đáp số:

- Số chia bằng 13, thương bằng 7

$99 = 13.7 + 8.$

- Số chia bằng 91, thương bằng 1

$99 = 91 \,.\, 1 + 8.$

Bài tập 7. Giả sử:

$376 = a \,.\, x + 7$ (với a là số chia, x là thương, $a > 7$)

$\Rightarrow a.\, x = 369$

Suy ra, a phải là ước của 369 và $a > 7$.

Phân tích ra thừa số nguyên tố, ta được:

$369 = 3^2 \,.\, 41.$

Vậy ta có bốn đáp số:

- Số chia bằng 9, thương bằng 41

$376 = 9 \,.\, 41 + 7.$

- Số chia bằng 41, thương bằng 9

$376 = 41 \,.\, 9 + 7.$

- Số chia bằng 123, thương bằng 3

$376 = 123 \,.\, 3 + 7.$

- Số chia bằng 369, thương bằng 1

$376 = 369 \,.\, 1 + 7.$

Bài tập 8. Từ giả thiết: n là số nguyên tố.

Suy ra:

$n = 3$ hoặc $n = 5$

- Với $n = 3$, suy ra $n + 6 = 3 + 6 = 9$ (không phải là số nguyên tố)
- Với $n = 5$, ta được:

$n = 5, n + 2 = 7, n + 6 = 11$ (đều là số nguyên tố)

Vậy, $n = 5$ thoả mãn.

Bài tập 9. Ta được:

$n = 7, n + 4 = 11, n + 12 = 19.$

Vậy, $n = 7$ thoả mãn.

Bài tập 10. Số nguyên tố khác 2 và 3 đều có dạng:

$A = 6n \pm 1.$

Ta có:

$A^2 = (6n \pm 1)^2 = 36n^2 \pm 12n + 1 = 12n(3n \pm 1) + 1$

$\Rightarrow A^2 : 12$ dư 1 - đpcm.

CHỦ ĐỀ 10 ƯỚC CHUNG ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Ta chỉ xét ước chung của các số khác 0.

1. ƯỚC CHUNG

Thí dụ 1: Ta có:

Ư(12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12},

Ư(15) = {1, 3, 5, 15}.

Nhận xét rằng, các số 1, 3 đều là ước của 12 và 15, khi đó ta nói " *1 và 3 là các ước chung của 12 và 15* ".

Từ đó, ta có định nghĩa:

> *Cho hai số a và b. Nếu có một số d thoả mãn:*
>
> $a \vdots d$ *và* $b \vdots d$
>
> *thì d được gọi là ước chung của a và b.*

Tập hợp các ước chung của hai số a và b được kí hiệu là ƯC(a, b).

Chú ý: Ta cần chú ý tới:

- Nếu $x \in$ ƯC(a, b, c, ...) thì $a \vdots x$, $b \vdots x$, $c \vdots x$, ...
- Nếu ƯC(a, b) = 1 thì a và b được gọi là *hai số nguyên tố cùng nhau.* Kí hiệu (a, b) = 1.
- ƯC(a, b) = Ư(a) $\cap$ Ư(b).

2. ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

Thí dụ 2: Ta có:

ƯC(12, 15) = {1, 3}

khi đó, ta nói 3 là ước chung lớn nhất của 12 và 15.

Từ đó, ta có định nghĩa:

> *Ước chung lớn nhất của a, b là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của a, b. Kí hiệu ƯCLN(a, b).*

Nhân xét: Nếu $a \vdots b$ thì ƯCLN(a, b) = b.

3. CÁCH TÌM ƯCLN

Bài toán: Tìm ƯCLN(a, b, c, ...)

Phương pháp giải

Ta có thể chọn một trong hai cách sau:

Cách 1. *(Tìm ƯCLN bằng cách phân tích các số ra thừa số nguyên tố)*: Ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.

Bước 2: Chọn ra các thừa số nguyên tố chung.

Bước 3: Lập tích của các thừa số chung đó, mỗi thừa số lấy với số mũ ***nhỏ nhất***. Tích đó là ƯCLN cần tìm.

Cách 2. *(Sử dụng thuật toán Ơclit)*: Ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Lấy số lớn chia số nhỏ. Giả sử a = b. x + r.

- Nếu $r \neq 0$ ta thực hiện bước 2.
- Nếu r = 0 thì ƯCLN(a, b) = b.

Bước 2: Lấy số chia, chia cho số dư. $b = r \cdot y + r_1$.

- Nếu $r_1 \neq 0$ ta thực hiện bước 3.
- Nếu $r_1 = 0$ thì ƯCLN(a, b) = r.

Bước 3: Quá trình này được tiếp tục cho đến khi được một phép chia hết.

4. ƯCLN VÀ TÍNH CHẤT CHIA HẾT

Ta có hai nhận xét sau:

1. Nếu số a chia hết cho m và n mà m, n là hai số nguyên tố cùng nhau thì a chia hết cho tích m.n.

$$a \vdots m,\ a \vdots n \text{ và } (m, n) = 1 \Rightarrow a \vdots m.n.$$

2. Nếu tích $a.b \vdots m$ mà b và m là hai số nguyên tố cùng nhau thì a phải chia hết cho m.

$$a.b \vdots m \text{ và } (b, m) = 1 \Rightarrow a \vdots m.$$

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Cho ba số a = 28, b = 54, c = 96.

a. Tìm tập hợp các ước của a, b, c.

b. Tìm tập hợp các ước chung của a, b, c.

c. Tìm ước chung lớn nhất của :

a và b   b và c   a, b và c

Giải

a. Ta có:

Ư(28) = {1, 2, 4, 7, 14, 28}

Ư(54) = {1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54}

Ư(96) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96}

b. Ta được:

ƯC(28, 54, 96) = {1, 2}

c. Ta có:

$28 = 2^2.7$

$54 = 2.3^3$

$96 = 2^5.3$

Ta được:

ƯCLN(a, b) = 2.

ƯCLN(b, c) = 2^2 = 4.

ƯCLN(a, b, c) = 2.

Ví dụ 2: Sử dụng thuật toán Ơclit để tìm:

a. ƯCLN(174, 18).

b. ƯCLN(124, 16).

Giải

a. Ta thực hiện theo các bước:

- Lấy 174 chia cho 18, ta được:

  $174 = 9.18 + 12$

- Lấy 18 chia cho 12, ta được:

  $18 = 1.12 + 6$

- Lấy 12 chia cho 6, ta được:

  $12 = 2.6 + 0$

Vậy, ƯCLN(174, 18) = 6

b. Ta thực hiện theo các bước:

- Lấy 124 chia cho 16, ta được:

$$124 = 7 \cdot 16 + 12$$

- Lấy 16 chia cho 12, ta được:

$$16 = 1 \cdot 12 + 4$$

- Lấy 12 chia cho 4, ta được:

$$12 = 3 \cdot 4 + 0$$

Vậy, ƯCLN(124, 16) = 4

Ví dụ 3: Tìm hai số tự nhiên a và b để số:

$$A = \overline{5a0b}$$

chia hết cho 15.

Giải

Ta có 15 = 3. 5

Mà (3, 5) = 1 nên:

$$A \vdots 15 \Rightarrow A \vdots 3 \text{ và } A \vdots 5$$

Điều kiện để $A \vdots 3$ là:

$$(5 + a + 0 + b) \vdots 3 \Rightarrow a + b + 5 = 3k,\ k \in \mathbf{N}. \qquad (1)$$

Điều kiện để $A \vdots 5$ là:

$$b = 0 \text{ hoặc } b = 5 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

- $b = 0 \Rightarrow a = 1$ hoặc $a = 4$.
- $b = 5 \Rightarrow a = 2$ hoặc $a = 5$ hoặc $a = 8$.

Vậy có 5 số thoả mãn: 5100, 5400, 5205, 5505, 5805.

Ví dụ 4: Chứng minh rằng:

Nếu (a, b) = 1 thì ƯCLN(ac, b) = ƯCLN(b, c)

Giải

Ta có:

$$\text{ƯCLN}(a, b) = 1 \Rightarrow \text{ƯCLN}(ac, bc) = c$$

Lại có:

$$\text{ƯCLN}(b, c) = \text{ƯCLN}(b, ac, bc) \qquad (1)$$

Mà, ƯCLN(b, bc) = b, suy ra:

ƯCLN(b, ac, bc) = ƯCLN(ac, b) (2)

Từ (1) và (2) suy ra đpcm.

Ví dụ 5: Trong đợt tổng kết cuối năm, có 135 quyển vở, 80 thước kẻ, 169 bút bi. Cô giáo chia thành các phần thưởng đều nhau, mỗi phần thưởng gồm cả ba loại. Sau khi chia, còn thừa 15 quyển vở, 8 thước kẻ và 1 bút bi không đủ chia vào các phần thương. Tính xem có bao nhiêu phần thưởng và mỗi phần thương có bao nhiêu quyển vở, bao nhiêu thước kẻ, bao nhiêu bút bi ?

Giải

Giả sử a là số phần thưởng .

Ta có:

Số quyển vở đã chia: 135 — 15 = 120.

Số thước kẻ đã chia: 80 — 8 = 72.

Số bút bi đã chia: 169 — 1 = 168.

Do đó, a = ƯC(72, 120, 168) và a > 15.

$\Rightarrow$ a = 24.

Vậy, có 24 phần thưởng. Mỗi phần thưởng có 5 quyển vở, 3 thước kẻ và 7 bút bi.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Nêu định nghĩa ước chung của hai hay nhiều số.

Câu hỏi 2: Nêu định nghĩa ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số.

Câu hỏi 3: Nêu các cách tìm ước chung lớn nhất.

Câu hỏi 4: Nêu mối liên hệ giữa ƯCLN và tính chất chia hết.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Cho ba số a = 15, b = 80, c = 120.

a. Tìm tập hợp các ước của a, b, c.

b. Tìm tập hợp các ước chung của :

a và b   b và c   a, b và c

c. Tìm ước chung lớn nhất của :

a và b   b và c   a, b và c

Bài tập 2. Cho ba số a = 105, b = 180, c = 210.

a. Tìm tập hợp các ước của a, b, c.

b. Tìm tập hợp các ước chung của :

a và b   b và c   a, b và c

c. Tìm ước chung lớn nhất của :

a và b   b và c   a, b và c

Bài tập 3. Tìm giao của hai tập hợp A và B biết:

a. A = {1, 4, 6} và B = {1, 2, 3, 5, 6, 7}.

b. A là tập hợp các số tự nhiên chẵn và B là tập hợp các số tự nhiên lẻ.

Bài tập 4. Tìm giao của hai tập hợp A và B biết:

a. A = {1, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 24, 27} và B = {1, 6, 12, 18, 24, 30, 36}.

b. $A = \{n \in \mathbf{N} \mid n \vdots 2, n < 100\}$ và $B = \{n \in \mathbf{N} \mid n \vdots 4, n < 100\}$.

Bài tập 5. Sử dụng hai cách để tìm:

a. ƯCLN(174, 18).

b. ƯCLN(234, 135).

Bài tập 6. Sử dụng hai cách để tìm:

a. ƯCLN(275, 85).

b. ƯCLN(212, 64).

Bài tập 7. Tìm số tự nhiên a lớn nhất biết rằng: $480 \vdots a$ và $600 \vdots a$.

Bài tập 8. Tìm số tự nhiên a lớn nhất biết rằng: $548 \vdots a$ và $638 \vdots a$.

Bài tập 9. Tìm hai số tự nhiên a và b để số:

$$A = \overline{5a1b}$$

chia hết cho 12.

Bài tập 10. Tìm hai số tự nhiên a và b để số:

$$A = \overline{3a12b}$$

chia hết cho 15.

Bài tập 11. Cho a và b là hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng:

$$A = 8a + 3 \text{ và } B = 5a + 2$$

là hai số nguyên tố cùng nhau.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Ta có:

Ư(15) = {1, 3, 5, 15}.

Ư(80) = {1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80}.

Ư(120) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120}

b. Ta có:

ƯC(15, 80) = {1, 5}.

ƯC(80, 120) = {1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40}

ƯC(15, 80, 120) = {1, 5}.

c. Ta có:

ƯCLN(15, 80) = 5.

ƯCLN(80, 120) = 40.

ƯCLN(15, 80, 120) = 5.

Bài tập 2.

a. Ta có:

Ư(105) = {1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105}.

Ư(180) = {1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180}.

Ư(210) = {1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 30, 35, 42, 70, 105, 210}.

b. Ta có:

ƯC(105, 180) = {1, 5, 15}.

ƯC(180, 210) = {1, 2, 5, 6, 10, 15, 30}

ƯC(105, 180, 210) = {1, 5, 15}.

c. Ta có:

ƯCLN(105, 180) = 15.

ƯCLN(180, 210) = 30.

ƯCLN(105, 180, 210) = 15.

Bài tập 3.

a. Ta có:

A = {1, 4, 6} và B = {1, 2, 3, 5, 6, 7}.

Vậy, $A \cap B$ = {1, 6}.

b. Ta có:

A là tập hợp các số tự nhiên chẵn và B là tập hợp các số tự nhiên lẻ.

Vậy, $A \cap B = \varnothing$.

Bài tập 4.

Gọi C là giao của hai tập hợp A và B

a. Ta có:

$C = \{1, 6, 12, 18, 24\}$.

b. Ta có:

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, ..., 98, 100\}$.

$B = \{4, 8, 12, 16, 20, ..., 96, 100\}$.

Vậy, $C = B = \{4, 8, 12, 16, 20, ..., 96, 100\}$.

Bài tập 5.

a. Ta có, hai cách sau:

Cách 1: Ta có:

$174 = 2 . 3 . 29$;

$18 = 2 . 3^2$.

Vậy, ƯCLN(174, 18) = 2 . 3 = 6.

Cách 2: Ta thực hiện theo các bước sau:

- Lấy 174 chia cho 18, ta được:

  $174 = 9.18 + 12$

- Lấy 18 chia cho 12, ta được:

  $18 = 1.12 + 6$

- Lấy 12 chia cho 6, ta được:

  $12 = 2 . 6 + 0$

Vậy, ƯCLN(174, 18) = 6

b. Ta được :

ƯCLN(234, 135) = 9.

Bài tập 6.

a. Ta được:

ƯCLN(275, 85) = 5

b. Ta được:

ƯCLN(212, 64) = 2^2 = 4.

Bài tập 7.

Thực chất a là ƯCLN(480, 600).

Ta được:

$a = 120$.

Bài tập 8.

Thực chất a là ƯCLN(548, 638).

Ta được:

$a = 2$.

Bài tập 9.

Ta có:

$A \vdots 12 \Rightarrow A \vdots 3$ và $A \vdots 4$

Điều kiện để $A \vdots 3$ là:

$6 + a + b = 3k,\ k \in \mathbf{N}$. (1)

Điều kiện để $A \vdots 4$ là:

$\overline{1b} \vdots 4 \Rightarrow b = 2$ hoặc $b = 6$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra:

- $b = 2 \Rightarrow a = 1, 4, 7$.
- $b = 6 \Rightarrow a = 0, 3, 6, 9$.

Vậy có 7 số thoả mãn: 5112, 5412, 5712, 5016, 5316, 5616, 5916.

Bài tập 10.

Ta có:

$A \vdots 15 \Rightarrow A \vdots 3$ và $A \vdots 5$

Điều kiện để $A \vdots 3$ là:

$3 + a + 1 + 2 + b = 3k,\ k \in \mathbf{N}$. (1)

Điều kiện để $A \vdots 5$ là:

$b = 0$ hoặc $b = 5$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra:

- $b = 0 \Rightarrow a = 0, 3, 6, 9$.
- $b = 5 \Rightarrow a = 1, 4, 7$.

Vậy có 7 số thoả mãn: 30120, 33120, 36120, 39120, 31125, 34125, 37125.

Bài tập 11. Gọi d là ước chung của hai số A và B

Do đó:

$(8a + 3b) \vdots d$ và $(5a + 2b) \vdots d \Rightarrow 5(8a + 3b) \vdots d$ và $8(5a + 2b) \vdots d$

$\Rightarrow 8(5a + 2b) - 5(8a + 3b) \vdots d \Rightarrow b \vdots d.$ (1)

Lại có:

$2(8a + 3b) \vdots d$ và $3(5a + 2b) \vdots d$

$\Rightarrow 2(8a + 3b) - 3(5a + 2b) \vdots d \Rightarrow a \vdots d.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra:

d = ƯC(a,b).

Mà (a, b) = 1 ⇒ d = 1 ⇒ ƯC(8a + 3b, 5a + 2b) = 1.

Vậy, hai số A = 8a + 3b và B = 5a + 2b là hai số nguyên tố cùng nhau.

CHỦ ĐỀ 10 BỘI CHUNG – BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

Ta chỉ xét ước chung của các số khác 0.

1. BỘI CHUNG

Thí dụ 1: Nhận xét rằng, các số 0, 6, 12, 18, ... vừa là bội của 3 vừa là bội của 6, khi đó ta nói " *chúng là bội chung của 3 và 6* ".

Từ đó, ta có định nghĩa:

> *Cho hai số a và b. Nếu có một số d thoả mãn:*
>
> $d \vdots a$ và $d \vdots b$
>
> *thì d được gọi là bội chung của a và b.*

Tập hợp các bội chung của hai số a và b được kí hiệu là BC(a, b).

Chú ý: Ta cần chú ý tới:

- Nếu $x \in BC(a, b, c, ...)$ thì $x \vdots a$, $x \vdots b$, $x \vdots c$, ...
- $BC(a, b) = B(a) \cap B(b)$.

2. BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

Thí dụ 2: Ta có:

$B(6) = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, ...\}$,

$B(8) = \{0, 8, 16, 24, 32, 45, ...\}$,

$\Rightarrow BC(6, 8) = \{0, 24, 48, ...\}$.

khi đó, số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp BC(6, 8) là 24. Ta nói 24 là bội chung nhỏ nhất của 6 và 8.

Từ đó, ta có định nghĩa:

> *Bội chung nhỏ nhất của a, b là số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp các bội chung của a, b. Kí hiệu BCNN(a, b).*

Nhận xét:

- BCNN(a, 1) = a.
- BCNN(a, b, 1) = BCNN(a, b).
- Mọi bội chung của a và b đều là BCNN(a, b).

3. CÁCH TÌM BCNN

Bài toán: Tìm BCNN(a, b, c, ...)

Phương pháp giải

Ta thực hiện theo ba bước sau:

Bước 1: Phân tích các số ra thừa số nguyên tố.

Bước 2: Chọn ra các thừa số chung và riêng.

Bước 3: Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất của nó. Tích đó là BCNN phải tìm.

Chú ý: Ta có thể tìm BCNN bằng cách tính sau:

$$ƯCLN(a, b).BCNN(a, b) = a.b.$$

Thí dụ 3: Hãy xác định:

a. BCNN(8, 18, 28).

b. BCNN(9, 26).

c. BCNN(150, 25, 75).

Giải

a. Ta lần lượt thực hiện:

- Phân tích các số ra thừa số nguyên tố:

$$8 = 2^3$$

$$18 = 2.3^2$$

$$28 = 2^2.7.$$

- Chọn ra các thừa số nguyên tố chung và riêng: 2, 3, 7.
- Thừa số 2 có số mũ lớn nhất là 3, 3 có số mũ lớn nhất là 2 và 7 có số mũ lớn nhất là 1.

Khi đó:

$$BCNN(8, 18, 28) = 2^3.3^2.7 = 504.$$

b. Nhận xét rằng:

$$ƯCLN(8, 19) = 1$$

do đó, suy ra:

$$BCNN(9, 26) = 9.26 = 243.$$

c. Nhận xét rằng:

$$150 \vdots 25$$

$$150 \vdots 75$$

do đó, suy ra:

BCNN(150, 25, 75) = 150.

Chú ý: Ta cần chú ý tới:

- Nếu (a, b) = 1 thì BCNN(a, b) = a.b.
- Nếu a ⋮ b và a ⋮ c thì BCNN(a, b, c) = a.
- Muốn tìm bội chung của các số đã cho ta có thể tìm các bội của BCNN của các số đó.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Cho ba số a = 3, b = 14, c = 27.

a. Tìm tập hợp 3 số là bội của a, b, c.

b. Tìm bội chung nhỏ nhất của :

a và b   b và c   a, b và c

c. Tìm số tự nhiên bé nhất khi chia cho 3, 14, 27 đều dư 2.

Giải

a. Ta có:

B(3) = {0, 3, 6},

B(14) = {0, 14, 28},

B(27) = {0, 27, 54}.

b. Ta có:

$3 = 1.3$,

$14 = 1.2.7$,

$27 = 1.3^3$.

Vậy,

$BCNN(3, 14) = 1.2.3.7 = 42$,

$BCNN(14, 27) = 1.2.3^3.7 = 378$,

$BCNN(3, 14, 27) = 1.2.3^3.7 = 378$.

c. Ta được, số cần tìm: 378 + 2 = 380.

Ví dụ 2: Tìm hai số tự nhiên a, b. Biết:

ƯCLN(a, b) = 5 và BCNN(a, b) = 105.

Giải

Ta có :

$a.b = ƯCLN(a, b).BCNN(a, b) = 5.105 = 3.5^2.7$.

Mặt khác, ta lại có :

$BCNN(a, b) = 105 = 3.5.7.$

Vậy, ta được:

$a = 5, b = 105.$

$a = 15, b = 35.$

$a = 21, b = 25$ (loại do ƯCLN$(21, 25) \neq 5$).

Ví dụ 3: Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho khi chia cho 3 thì dư 2, khi chia cho 7 thì dư 6, khi chia cho 25 thì dư 24.

Giải

Giả sử a là số phải tìm.

Vì a chia 3 dư 2, chia 7 dư 6 và chia 25 dư 24 nên a + 1 chia hết cho 3, 7; 25.

Do đó,

$a = BCNN(3, 7, 25) - 1.$

Ta có:

$BCNN(3, 7, 25) = 3.5^2.7 = 525.$

Vậy số cần tìm, a = 254.

Ví dụ 4: Có ba chiếc hộp hình vuông: Hộp màu đỏ cao 8cm, hộp màu xanh cao 7cm, hộp màu vàng cao 12cm. Người ta xếp thành ba chồng bằng nhau, mỗi chồng một màu. Hỏi chiều cao nhỏ nhất của chồng hộp đó.

Giải

Giả sử chiều cao nhỏ nhất của mỗi chồng là a (cm).

Ta có:

$a = BCNN(7, 8, 12) = 2^3.3.7 = 168$ (cm),

Vậy, chiều cao nhỏ nhất của chồng hộp là 168cm.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Nêu định nghĩa bội chung của hai hay nhiều số.

Câu hỏi 2: Nêu định nghĩa bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số.

Câu hỏi 3: Nêu các cách tìm bội chung lớn nhất.

IV.BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Cho ba số a = 2, b = 8, c = 15.

a. Tìm tập hợp 3 số là bội của a, b, c.

b. Tìm tập hợp các bội chung của a, b, c mà nhỏ hơn 300.

c. Tìm bội chung nhỏ nhất của :

a và b   b và c   a, b và c

d. Tìm số tự nhiên bé nhất khi chia cho 2, 8, 15 đều dư 1.

Bài tập 2. Cho ba số a = 5, b = 8, c = 13.

a. Tìm tập hợp 3 số là bội của a, b, c.

b. Tìm tập hợp các bội chung của a, b, c mà nhỏ hơn 500.

c. Tìm bội chung nhỏ nhất của :

a và b   b và c   a, b và c

d. Tìm số tự nhiên bé nhất khi chia cho 5, 8, 13 đều dư 2.

Bài tập 3. Tìm năm số tự nhiên sao cho khi chia cho 5, 7, 11 đều dư 4.

Bài tập 4. Tìm hai số tự nhiên sao cho khi chia cho 3, 7, 15 đều dư 1.

Bài tập 5. Không cần phân tích ra thừa số nguyên tố hãy tìm BCNN(153, 364), biết ƯCLN(153, 364) = 36.

Bài tập 6. Không cần phân tích ra thừa số nguyên tố hãy tìm BCNN(15, 125), biết ƯCLN(15, 125) = 5.

Bài tập 7. Một túi kẹo khi chia ra 10 phần, 12 phần, 15 phần đều đủ. Tìm số kẹo đó, biết số kẹo nằm trong khoảng 100 đến 250 chiếc.

Bài tập 8. Tìm b, biết:

a. BCNN(a, b) = 60 và a = 15.

b. BCNN(a, b) = 36 và a = 12.

c. BCNN(a, b) = 272 và a = 16.

Bài tập 9. Tìm số tự nhiên a. Biết số đó chia hết cho 7 và khi chia cho 2, cho 3, cho 4, cho 5, cho 6 đều dư 1 và a < 400.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Ta có:

B(2) = {4, 8, 10}.

B(8) = {8, 16, 64}.

B(13) = {15, 30, 45}.

b. Ta có:

BC(2, 8, 15) = {120, 240}.

c. Ta có:

$BCNN(2, 8) = 8$.

$BCNN(8, 15) = 120$.

$BCNN(2, 8, 15) = 120$.

d. Gọi x là số tự nhiên bé nhất khi hết cho 2, 8, 15 đều dư 1.

Ta có:

$x - 1 = BCNN(2, 8, 15) \Rightarrow x = BCNN(2, 8, 15) + 1$

$\Rightarrow x = 120 + 1 \Rightarrow x = 121$.

Vậy, số cần tìm là $x = 121$.

Bài tập 2.

a. Ta có:

$B(5) = \{10, 15, 25\}$.

$B(8) = \{8, 16, 64\}$.

$B(13) = \{13, 26, 39\}$.

b. Ta có:

$BC(5, 8, 13) = \{520, 1040\}$.

c. Ta có:

$BCNN(5, 8) = 40$.

$BCNN(8, 13) = 104$.

$BCNN(5, 8, 13) = 520$.

d. Gọi x là số tự nhiên bé nhất khi hết cho 5, 8, 13 đều dư 2.

Ta có:

$x - 2 = BCNN(5, 8, 13) \Rightarrow x = BCNN(5, 8, 13) + 2$

$\Rightarrow x = 520 + 2 \Rightarrow x = 521$.

Vậy, số cần tìm là $x = 521$.

Bài tập 3.

Gọi x là số tự nhiên khi chia cho 5, 7, 11 đều dư 4.

Ta có:

$x = BC(5, 7, 11) + 4$

Lại có:

BC(5, 7, 11) = {385, 770, 1155, 1540, 1925, ...}

Vậy tập hợp x cần tìm là:

x = {389, 774, 1159, 1544, 1929}.

Bài tập 4.

Gọi x là số tự nhiên khi chia cho 3, 7, 15 đều dư 1.

Ta có:

x = BC(3, 7, 15) + 1

Lại có:

BC(5, 7, 11) = {105, 210, 315, ...}

Vậy tập hợp x cần tìm là:

x = {105, 210}

Bài tập 5.

Áp dụng công thức:

ƯCLN(a, b).BCNN(a, b) = a.b

Vậy, ƯCLN(153, 364) = 1547.

Bài tập 6.

Áp dụng công thức:

ƯCLN(a, b).BCNN(a, b) = a.b

Ta được:

BCNN(15, 125) = 15 . 125 : ƯCLN(15, 125) = 15 . 125 : 5 = 375.

Bài tập 7.

Giả sử a là số kẹo cần tìm, với $100 \leq a \leq 250$.

a = BC(10, 12, 15) = {120, 180, 240}.

Bài tập 8.

a. Ta có:

BCNN(a, b) = 60 = $2^2.3.5$

a = 15 = 3 . 5

Vậy, b có thể nhận các giá trị bằng: 4, 12, 20, 60.

b. Ta có:

$BCNN(a, b) = 36 = 2^2 . 3^2.$

$a = 12 = 3 . 2^2.$

Vậy, b có thể nhận các giá trị bằng: 36.

c. Ta có:

$BCNN(a, b) = 272 = 2^4 . 17.$

$a = 16 = 2^4.$

Vậy, b có thể nhận các giá trị bằng: 272.

Bài tập 9. Ta có:

$a - 1 = BC(2, 3, 4, 5, 6)$

$\Rightarrow a - 1 \in \{60, 120, 180, 240, 300, 360\}$

$\Rightarrow a \in \{61, 121, 181, 241, 301, 361\}$

Do $a \vdots 7$ nên $a = 301$.

Vậy, $a = 301$.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

Bài tập 1: Tìm các số tự nhiên x, biết:

a. $132 - 6 . (x - 4) = 81$.

b. $(2 . x - 2^4) . 6^3 = 2 . 6^4$.

Bài tập 2: Tìm số tự nhiên x, biết rằng nếu nó chia cho 3 rồi trừ đi 10 sau đó nhân với 5 thì được 25.

Bài tập 3: Thực hiện phép tính rồi phân tích kết quả ra thừa số nguyên tố:

a. $6^3 : 4 . 3 + 4 . 25^2$.

b. $15 . 4^2 - 18 : 3^2$.

Bài tập 4: Tìm các số tự nhiên x, biết:

a. $70 \vdots x$; $84 \vdots x$.

b. $x \vdots 12$; $x \vdots 25$; $x \vdots 30$ và $0 < x < 500$.

Bài tập 5: Tìm số tự nhiên nhỏ hơn 200, biết rằng số đó chia cho 2 dư 1, chia cho 5 dư 4 và chia hết cho 7.

Bài tập 6: Thực hiện phép tính:

a. $180 - (30 . 5^2 - 7 . 2^3)$;

b. $35 . 51 + 49 . 35 + 810$;

c. $248 . [191 - (26 - 7)]$.

Bài tập 7: Tìm số tự nhiên x, biết:

a. $(2543 + 6457) - 3x = 1200$.

b. $[(5 . x - 75) : 5 - 46] . 9 = 3204$.

Bài tập 8: Cho $A = \{18 ; 63\}$ và $B = \{73 ; 35\}$.

a. Tìm tập hợp C các số tự nhiên $x = a + b$ sao cho $a \in A$ và $b \in B$.

b. Tìm tập hợp C các số tự nhiên $x = a - b$ sao cho $a \in A$ và $b \in B$.

c. Tìm tập hợp C các số tự nhiên $x = a . b$ sao cho $a \in A$ và $b \in B$.

Bài tập 9: Cho tổng:

$$A = 720 + 1305 + 105$$

Không thực hiện phép tính, xét xem A có chia hết cho 2, cho 3, cho 5, cho 9 hay không ? Tại sao?

Bài tập 10: Tổng sau là số nguyên tố hay hợp số ?

a. $3 . 5 . 7 + 9 . 13$.

b. $4 . 5 . 6 + 8 . 9 . 10$.

Bài tập 11: Thay dấu * bằng một chữ số để số 5*2*1* chia hết cho tất cả các số 2, 3, 5, 6, 9.

Bài tập 12: Tổng sau có chia hết cho 2 không ?

$$A = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}.$$

Bài tập 13: Cho:

$$a = 35 ; b = 124 ; c = 225.$$

a. Tìm ƯCLN(a, b, c).

b. Tìm BCNN(a, b, c).

Bài tập 14: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 150m, chiều rộng 75m. Người ta muốn trồng cây xung quanh vườn sao cho mỗi góc vườn có một cây và khoảng cách giữa hai cây liên tiếp bằng nhau. Tính khoảng cách lớn nhất giữa hai cây liên tiếp. Khi đó tổng số cây là bao nhiêu. Biết khoảng cách giữa hai cây là một số tự nhiên với đơn vị tính bằng mét.

Bài tập 15: Trong đợt tổng kết cuối năm, có 128 quyển vở, 89 thước kẻ, 160 bút bi. Cô giáo chia thành các phần thưởng đều nhau, mỗi phần thưởng gồm cả ba loại. Sau khi chia, còn thừa 13 quyển vở, 8 thước kẻ và 10 bút bi không đủ chia vào các phần thưởng. Tính xem có bao nhiêu phần thưởng và mỗi phần thưởng có bao nhiêu quyển vở, bao nhiêu thước kẻ, bao nhiêu bút bi ?

Bài tập 16: Có ba chiếc hộp hình vuông: Hộp màu đỏ cao 9cm, hộp màu xanh cao 6cm, hộp màu vàng cao 11cm. Người ta xếp thành ba chồng bằng nhau, mỗi chồng một màu. Hỏi chiều cao nhỏ nhất của chồng hộp đó.

Bài tập 17: Một thùng chứa hàng có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 350, chiều rộng 172 và chiều cao 225. Người ta muốn xếp các hộp có hình dạng lập phương vào trong thùng hàng sao cho các hộp xếp khít theo cả hai chiều dài, chiều rộng và chiều cao của thùng. Cạnh các hình lập phương đó có độ dài lớn nhất là bao nhiêu? Biết số đo của hình lập phương là một số tự nhiên với đơn vị đo là xentimét.

Bài tập 18: Tại một bến xe, cứ 10 phút lại có một chuyến xe buýt rời bến và 15 phút lại có một chuyến xe khách liên tỉnh rời bến. Lúc 8 giờ, một xe buýt và một xe khách liên tỉnh cùng rời bến một lúc. Hỏi lúc mấy giờ lại có một xe buýt và một xe khách liên tỉnh rời bến cùng nhau ?

Bài tập 19: Số học sinh khối 6 của một trường PTCS trong khoảng từ 300 đến 400, khi xếp thành 13 hàng, 17 hàng và 19 hàng đều thừa 5. Tính số học sinh đó.

Bài tập 20: Quãng đường AB dài 120km. Lúc 9 giờ, người thứ nhất đi từ A đến B, người thứ hai đi từ B về A. Họ gặp nhau lúc 11 giờ. Biết người thứ nhất đi chậm hơn người thứ hai 5km/h. Tính vận tốc của mỗi người

Bài tập 21: Cho P là tập hợp các số nguyên tố, A là tập hợp các số tự nhiên lẻ, B là tập hợp các số tự nhiên chia hết cho 2.

a. Tìm giao của hai tập hợp A và B ; A và B ; P và B.

b. Có nhận xét gì về quan hệ giữa các tập hợp P, **N**, $\mathbf{N}^*$.

c. Có nhận xét gì về quan hệ giữa tập hợp A, B với tập hợp **N**, $\mathbf{N}^*$.

Bài tập 22: Cho hai tập hợp:

$$A = \{17 ; 90\} \text{ và } B = \{63 ; 18\}$$

Viết tập hợp các giá trị của biểu thức:

a. a + b sao cho $a \in A$ và $b \in B$.

b. a − b sao cho $a \in A$ và $b \in B$.

c. a . b sao cho $a \in A$ và $b \in B$.

Bài tập 23: Lớp 6A có 35 em thích môn Toán, có 27 em thích môn Văn. Trong đó, có 12 em thích cả hai môn Toán và Văn. Ngoài ra trong lớp còn có 8 em không thích cả hai môn Toán và Văn.

a. Dùng biểu đồ Ven để minh họa:

- Tập hợp T gồm các em học sinh lớp 6A thích môn Toán.
- Tập hợp V gồm các em học sinh lớp 6A thích môn Văn.
- Tập hợp K gồm các em học sinh lớp 6A không thích cả hai môn .
- Tập hợp A gồm các em học sinh lớp 6A thích cả hai môn.

b. Có nhận xét gì về quan hệ giữa các tập hợp nói trên.

c. Gọi M là tập hợp các em học sinh lớp 6A. Tìm giao của tập hợp M với các tập hợp trên.

d. Tính số học sinh của lớp 6A.

CHƯƠNG II - SỐ NGUYÊN

Ở giai đoạn phát triển đầu tiên, loài người chỉ biết tới thực hiện các phép toán trên các số tự nhiên. Song các số đó, không đủ dùng trong cả những trường hợp đơn giản nhất. Thật vậy, không phải lúc nào phép trừ cũng được thực hiện với hai số tự nhiên. Thí dụ:

$$3 - 5 = ?.$$

Trong chương này, chúng ta sẽ làm quen với một loại số mới: ***Số nguyên âm***. Kí hiệu: - 1, - 2, - 3, ... (đọc là âm 1, âm 2, âm 3, ... hoặc trừ 1, trừ 2, trừ 3, ...)

Từ đây, các số nguyên âm cùng với các số tự nhiên sẽ tạo thành tập hợp các số nguyên ở đó phép trừ luôn được thực hiện.

Chương này bao gồm:

1. **Tập hợp các số nguyên**
2. **Phép cộng hai số nguyên**
3. **Phép trừ hai số nguyên**
4. **Quy tắc dấu ngoặc - Quy tắc chuyển vế**
5. **Phép nhân hai số nguyên**
6. **Bội và ước của một số nguyên**

CHỦ ĐỀ 1 TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

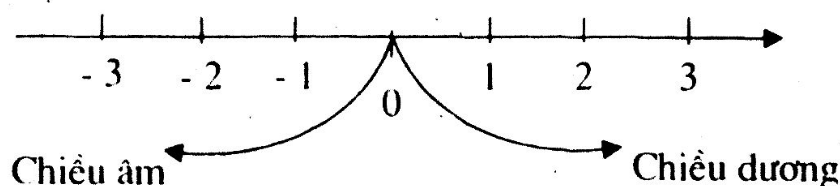
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

- Tập hợp các số nguyên được kí hiệu là:

  $Z = (..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...)$

- Tập hợp các số $Z^+ = (1, 2, 3, ...)$ được gọi là số nguyên dương.
- Tập hợp các số $Z^- = (-1, -2, -3, ...)$ được gọi là số nguyên âm.
- Người ta biểu diễn Z trên trục số. Điểm 0 (không) được gọi là điểm gốc.



- Hai số có các điểm biểu diễn cách đều điểm 0 và nằm về hai phía được gọi là hai số đối nhau. Thí dụ: 2 và - 2, 5 và - 5, ...

Chú ý:
- Số 0 không là số nguyên dương cũng không là số nguyên âm.
- Điểm biểu diễn số nguyên a trên trục số gọi là điểm a.

2. THỨ TỰ TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

Khi biểu diễn trên trục số (nằm ngang), nếu điểm a nằm phía bên trái điểm b thì:

- Số nguyên a nhỏ hơn số nguyên b: $a < b$.
- Số nguyên b lớn hơn số nguyên a: $b > a$.

Chú ý:
- Số nguyên b được gọi là liền sau số nguyên a hay số nguyên a được gọi là liền trước số nguyên b nếu $a < b$.
- Nếu số nguyên a là liền trước số nguyên b thì không có bất kì số nguyên nào nằm giữa a và b.

Ta có, nhận xét sau:

Nhận xét:
1. Mọi số nguyên dương đều lớn hơn 0.
2. Mọi số nguyên âm đều nhỏ hơn 0.
3. Mọi số nguyên âm đều nhỏ hơn bất kì số nguyên dương nào.

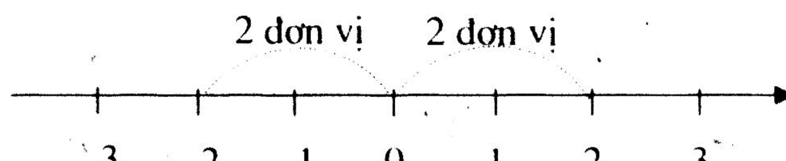
Từ đó, ta có một số tính chất:

- *Giữa hai số nguyên a và b chỉ xảy ra một trong ba trường hợp sau:*

  $a > b$ hoặc $a < b$ hoặc $a = b$.
- Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$.
- Nếu $a < b$ và $b < a$ thì $a = b$.

3. GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ NGUYÊN

Trên trục số, ta có:



Ta thấy, cả điểm 2 và điểm — 2 đều cách điểm 0 một khoảng là 2 đơn vị. Kí hiệu: $|2| = |-2| = 2$

Từ đó ta có định nghĩa

Khoảng cách từ điểm a đến điểm 0 trên trục số là giá trị tuyệt đối của số nguyên a.

*Kí hiệu: $|a|$ (đọc là "**giá trị tuyệt đối của a**")*

Nhận xét:
1. Giá trị tuyệt đối của số 0 là 0.
2. Giá trị tuyệt đối của số nguyên dương là chính nó.
3. Giá trị tuyệt đối của số nguyên âm là số đối của nó.
4. Hai số đối nhau có giá trị tuyệt đối bằng nhau.

Tóm lại, ta có định nghĩa:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{nếu } a > 0 \\ 0 & \text{nếu } a = 0 \\ -a & \text{nếu } a < 0 \end{cases}$$

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho hai số nguyên a, b khác 0 và a < b. Hãy biểu diễn hai số a, b trên trục số và nói rõ vị trí của các điểm a và b đối với điểm 0.

Giải

Ta đi xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Nếu 0 < a < b:

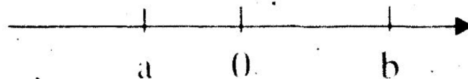
Khi đó, a và b là các số nguyên dương, ta có:



Trong trường hợp này, cả điểm a và điểm b đều nằm phía bên phải điểm 0.

Trường hợp 2: Nếu a < 0 < b.

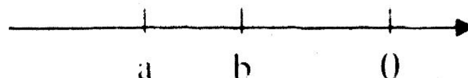
Khi đó, a là số nguyên âm và b là số nguyên dương, ta có:



Trong trường hợp này, điểm a nằm ở phía bên trái điểm 0 và điểm b nằm phía bên phải điểm 0.

Trường hợp 3: Nếu a < b < 0.

Khi đó, a và b là các số nguyên âm, ta có:



Trong trường hợp này, cả điểm a và điểm b đều nằm phía bên trái điểm 0.

Chú ý: Trong bài toán này không xảy ra trường hợp a > 0 và b < 0 do a < b.

Ví dụ 2: Cho hai tập hợp:

$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z},\ -6 < x \le 5\}$,

$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z},\ -8 \le x < 3\}$.

a. Tìm tập hợp $C = A \cap B$.

b. Biểu diễn tập hợp C dưới dạng nêu tính chất của các phần tử

Giải

Ta có:

$A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$,

$B = \{-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$.

a. Ta được:

$$C = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}.$$

b. Ta có:

$$C = \{x \mid x \in \mathbf{Z},\ -5 \le x \le 2\}$$

Chú ý: Ta có thể biểu diễn tập C như sau:

$$C = \{x \mid x \in \mathbf{Z},\ -6 < x \le 2\},$$

hoặc

$$C = \{x \mid x \in \mathbf{Z},\ -6 < x < 3\}.$$

Ví dụ 3: Tính giá trị của a, biết:

a. $|a| = 12$.

b. $|-a| = 5$.

c. $a = |b| + 2|c|$ với $b = 5$, $c = -3$.

d. $a = 2|b| - |c|$ với $b = -2$, $c = 11$.

e. $a = |b - |c||$ với $b = 15$, $c = -9$.

Giải

a. Ta có ngay:

$$|a| = 12 \Rightarrow a = 12 \text{ hoặc } a = -12.$$

b. Ta có ngay:

$$|-a| = |a| = 5 \Rightarrow a = 5 \text{ hoặc } a = -5.$$

c. Thay $b = 5$, $c = -3$ vào:

$$a = |b| + 2|c|,$$

ta được:

$$a = |5| + 2|-3| = 5 + 2.3 = 11.$$

d. Thay $b = -11$, $c = 3$ vào:

$$a = 2|b| - |c|.$$

ta được:

$$a = 2|-11| - |3| = 2.11 - 3 = 19.$$

e. Thay $b = 15$, $c = -9$ vào:

$$a = |b - |c||$$

ta được:

$$a = |15 - |-9|| = |15 - 9| = |6| = 6.$$

Ví dụ 4: Tìm các giá trị của số nguyên a biết:

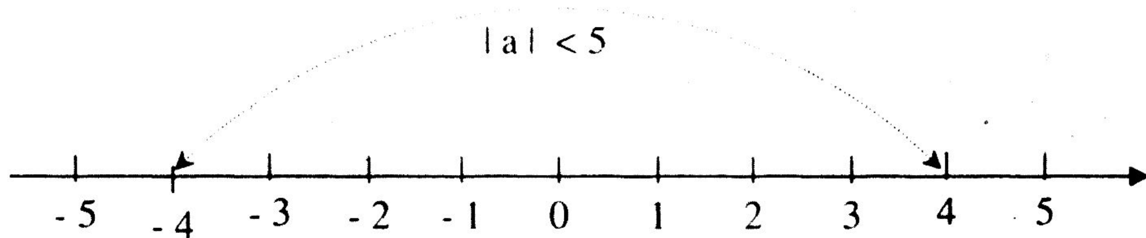
a. $|a| < 5$.

b. $|a| \geq 2$.

c. $2 \leq |a| \leq 4$.

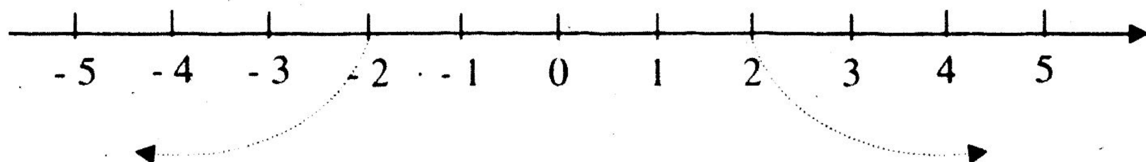
Giải

a. Ta có:



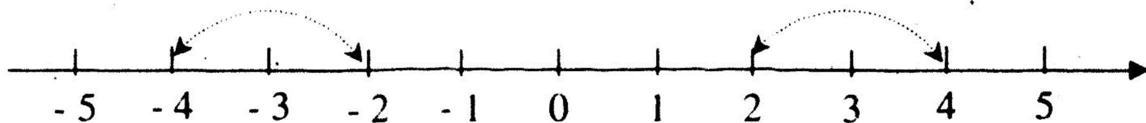
Vậy, $-4 \leq a \leq 4$ (hay $-5 < a < 5$), $a \in \mathbf{Z}$.

b. Ta có:



Vậy, $a \leq -2$ hoặc $a \geq 2$, $a \in \mathbf{Z}$.

c. Ta có:



Vậy, $-4 \leq a \leq -2$ hoặc $2 \leq a \leq 4$, $a \in \mathbf{Z}$.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu định nghĩa tập hợp số nguyên.

Câu hỏi 2: Số không là số nguyên âm hay là số nguyên dương ?

Câu hỏi 3: Nêu tính chất thứ tự trong tập hợp các số nguyên

Câu hỏi 4: Phát biểu định nghĩa giá trị tuyệt đối của một số nguyên. Hai số trái dấu a và b có giá trị tuyệt đối bằng nhau thì suy ra điều gì ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Cho hai số nguyên a, b và $a < b$. Hãy biểu diễn hai số a, b trên trục số và nói rõ vị trí của các điểm a và b đối với điểm 0.

Bài tập 2. Cho hai số nguyên a, b. Hãy biểu diễn hai số a, b trên trục số và nói rõ vị trí của các điểm a và b đối với điểm 0.

Bài tập 3. Cho tập hợp:

$$A = \{x \mid x \in \mathbf{Z},\ -8 < x \leq 5\}.$$

a. Các khẳng định sau có đúng không ?

$10 \in A$; $-5 \in A$; $2 \in A$; $-8 \in A$.

b. Hãy viết tập hợp A dưới dạng liệt kê các phần tử.

Bài tập 4. Cho tập hợp:

$$A = \{x \mid x \in \mathbf{Z},\ -18 \leq x \leq 9\}.$$

a. Các khẳng định sau có đúng không ?

$-10 \in A$; $-15 \in A$; $32 \in A$; $8 \in A$; $18 \in A$; $9 \in A$.

b. Hãy viết tập hợp A dưới dạng liệt kê các phần tử.

Bài tập 5. Cho hai tập hợp:

$$A = \{x \mid x \in \mathbf{Z},\ -3 \leq x \leq 11\},$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbf{Z},\ -8 \leq x \leq 2\}.$$

a. Tìm tập hợp $C = A \cap B$.

b. Biểu diễn tập hợp C dưới dạng nêu tính chất của các phần tử.

Bài tập 6. Cho hai tập hợp:

$$A = \{x \mid x \in \mathbf{Z},\ -13 \leq x \leq 31\},$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbf{Z},\ -5 \leq x \leq 52\}.$$

a. Tìm tập hợp $C = A \cap B$.

b. Biểu diễn tập hợp C dưới dạng nêu tính chất của các phần tử.

Bài tập 7. Tính giá trị của a biết:

a. $|a| = 112$; $|a| = 1262$.

b. $a = 2|b| + 5|c|$ với $b = -7$, $c = 8$.

c. $a = 6|b| - 2|c|$ với $b = 3$, $c = -11$.

Bài tập 8. Tính giá trị của a biết:

a. $|a + 1| = 121$; $|a - 1| = 422$.

b. $a = 4|b| + 5|c - 1|$ với $b = -5$, $c = 9$.

c. $a = 5|b + 1| - 2|c - 3|$ với $b = 6$, $c = 11$.

Bài tập 9. Tìm các giá trị của số nguyên a biết:

a. $|a| < 7$.

b. $|a| \geq 5$.

c. $2 < |a| \leq 11$

Bài tập 10. Tìm các giá trị của số nguyên a biết:

a. $|a| < 8$.

b. $|a| \geq 19$.

c. $5 \leq |a| \leq 12$

Bài tập 11. Với giá trị nào của a thì:

a. $a < -a$.

b. $-a < a$.

c. $-a = a$

Cho ví dụ minh họa.

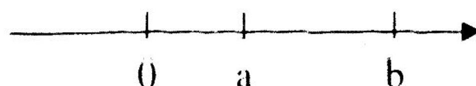
V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

Ta đi xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Nếu $0 < a < b$.

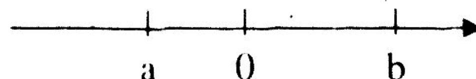
Khi đó, a và b là các số nguyên dương, ta có:



Trong trường hợp này, cả điểm a và điểm b đều nằm phía bên phải điểm 0.

Trường hợp 2: Nếu $a < 0 < b$.

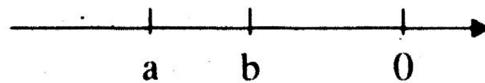
Khi đó, a là số nguyên âm và b là số nguyên dương, ta có:



Trong trường hợp này, điểm a nằm ở phía bên trái điểm 0 và điểm b nằm phía bên phải điểm 0.

Trường hợp 3: Nếu a < b < 0.

Khi đó, a và b là các số nguyên âm, ta có:



Trong trường hợp này, cả điểm a và điểm b đều nằm phía bên trái điểm 0.

Trường hợp 4: Nếu 0 = a < b.

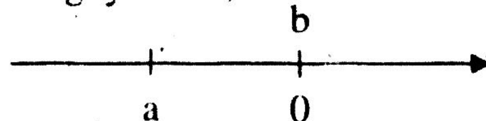
Khi đó, b là số nguyên dương, ta có:



Trong trường hợp này, điểm a trùng với điểm 0 và điểm b nằm phía bên phải điểm 0.

Trường hợp 5: Nếu a < b = 0.

Khi đó, a là số nguyên âm, ta có:



Trong trường hợp này, điểm b trùng với điểm 0 và điểm a nằm phía bên trái điểm 0.

Chú ý: Trong bài toán này không xảy ra trường hợp a = b = 0 do a < b.

Bài tập 2. (*Hướng dẫn*).

Ta phải xét 3 trường hợp.

Trường hợp 1: a < b. Có các khả năng sau:

Khả năng 1: 0 < a < b.

Khả năng 2: a < 0 < b.

Khả năng 3: a < b < 0.

Trường hợp 2: a > b. Có các khả năng sau:

Khả năng 1: a > b > 0.

Khả năng 2: a > 0 > b.

Khả năng 3: 0 > a > b.

Trường hợp 2: a = b. Có các khả năng sau:

Khả năng 1: a = b > 0.

Khả năng 2: a = b < 0.

Khả năng 3: a = b = 0.

Bài tập 3.

a. Các khẳng định đúng:

$-5 \in A$; $2 \in A$.

b. Ta có:

$A = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Bài tập 4.

a. Các khẳng định đúng:

$-10 \in A$; $8 \in A$; $9 \in A$.

b. Ta có:

$A = \{-18, -17, -16, -15, -14, -13, -12, -11, -10, -9,$
$-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Bài tập 5.

a. Ta được:

$C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$.

b. Ta có:

$C = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, -3 \leq x \leq 2\}$.

Bài tập 6.

a. Ta có:

$C = A \cap B = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., 30, 31\}$.

b. Ta có:

$C = A \cap B = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, -5 \leq x \leq 31\}$

Bài tập 7.

a. Ta được:

$a = \pm 112$; $a = \pm 1262$.

b. Ta được:

$a = 2|-7| + 5|8| = 2.7 + 5 . 8 = 54$.

c. Ta được:

$a = 6|3| - 2|-11| = 6 . 3 — 2 . 11 = 40$.

Bài tập 8.

a. Ta được:

$|a + 1| = 121 \Rightarrow a + 1 = \pm 121 \Rightarrow a = 120$ hoặc $a = -122$.

$|a - 1| = 422 \Rightarrow a - 1 = \pm 422 \Rightarrow a = 423$ hoặc $a = -421$.

b. Ta được:

$a = 4|-5| + 5|9-1| = 4 . 5 + 5 . 8 = 60.$

c. Ta được:

$a = 5|6+1| - 2|11-3| = 5 . 7 - 2 . 9 = 17.$

Bài tập 9.

a. Ta được:

$-7 < a < 7, a \in \mathbf{Z}.$

b. Ta được:

$a \leq -5$ hoặc $a \geq 5, a \in \mathbf{Z}.$

c. Ta được:

$-11 \leq a < -2$ hoặc $2 < a \leq 11, a \in \mathbf{Z}.$

Bài tập 10.

a. Ta được:

$-8 < a < 8, a \in \mathbf{Z}.$

b. Ta được:

$a \geq 19$ hoặc $a \leq -19, a \in \mathbf{Z}.$

c. Ta được:

$-12 \leq a \leq -5$ hoặc $5 \leq a \leq 12, a \in \mathbf{Z}.$

Bài tập 11.

a. $a < -a \Rightarrow a < 0.$

Ví dụ:

$a = -2 \Rightarrow -a = 2 \Rightarrow a < -a.$

b. $-a < a \Rightarrow a > 0.$

Ví dụ:

$a = 2 \Rightarrow -a = -2 \Rightarrow -a < a.$

c. $a = -a \Rightarrow a = 0.$

CHỦ ĐỀ 2 PHÉP CỘNG HAI SỐ NGUYÊN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

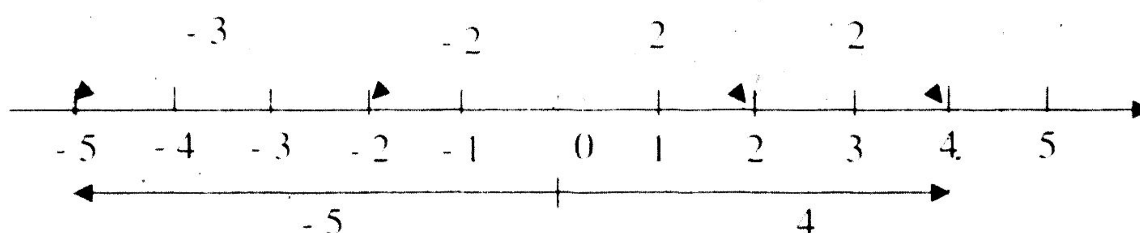
1. CỘNG HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU

Thí dụ 1: Ta có:

A = (+ 2) + (+ 2) = + 4.

B = (- 2) + (- 3) = - 5.

Ta có thể minh họa trên trục số như sau:



Từ đó ta có quy tắc:

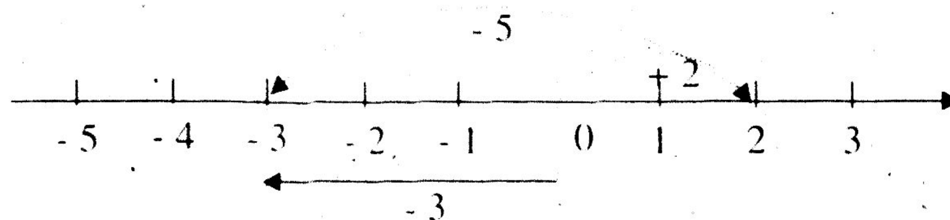
Khi cộng hai số nguyên cùng dấu, ta cộng các giá trị tuyệt đối của chúng với nhau rồi đặt trước kết quả dấu chung của chúng.

2. CỘNG HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU

Thí dụ 2: Ta có:

A = (+ 2) + (- 5) = - 3.

Ta có thể minh họa trên trục số như sau:



Từ đó ta có quy tắc:

Khi cộng hai số nguyên khác dấu, ta lấy giá trị tuyệt đối của chúng trừ đi nhau (số lớn trừ đi số nhỏ) rồi đặt trước kết quả dấu của số có giá trị tuyệt đối lớn hơn.

3. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CỘNG CÁC SỐ NGUYÊN

Phép cộng của các số nguyên có một số tính chất sau:

1. ***(Tính chất giao hoán)**: Với mọi $a, b \in Z$ ta có:*

$$a + b = b + a.$$

2. ***(Tính chất kết hợp)**: Với mọi $a, b, c \in Z$ ta có:*

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

3. ***(Cộng với số 0)**: Với mọi $a \in Z$ ta có:*

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

4. ***(Cộng với số đối)**: Với mọi $a \in Z$ ta có:*

$$a + (-a) = (-a) + a = 0.$$

Suy ra, với mọi $a \in Z$ nếu:

$$a + b = 0 \Rightarrow a = -b.$$

Chú ý: Quy tắc cộng hai số nguyên có thể áp dụng cho các phép cộng nhiều số nguyên. Khi thực hiện phép tính đó, ta có thể thay đổi các số hạng hoặc nhóm các số hạng một cách thích hợp nhờ các dấu ngoặc để phép tính được thực hiện dễ dàng.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Thực hiện phép cộng sau:

a. $A = 54 + (-72) + 65 + 31 + (-28) + 120.$

b. $B = (-76) + 83 + (-34) + (-93) + 240.$

Giải

a. Ta có hai cách thực hiện:

Cách 1: Thực hiện phép tính theo kiểu tuần tự:

$$A = [54 + (-72)] + [65 + 31] + [(-28) + 120]$$
$$= (-18) + 96 + 92 = 170.$$

Cách 2: Thực hiện phép tính bằng cách nhóm các hạng tử thuận lợi:

$$A = (54 + 65 + 31) + [(-72) + (-28)] + 120$$
$$= 150 + (-100) + 120 = 170.$$

b. Ta có:

$$B = [(-76) + (-34)] + [83 + (-93)] + 240$$
$$= (-110) + (-10) + 240 = 120.$$

Ví dụ 2: Tính tổng các số nguyên x biết:

a. $-8 \le x \le 8$.

b. $-6 < x \le 6$.

Giải

a. Ta có:

$$x = \{-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

Vậy ta được tổng:

$$(-8)+(-7)+(-6)+(-5)+(-4)+(-3)+(-2)+(-1)+$$
$$+0+1+2+3+4+5+6+7+8=0.$$

b. Ta có:

$$x = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Vậy ta được tổng:

$$(-5)+(-4)+(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2+3+4+5+6=6.$$

Ví dụ 3: Chứng minh rằng:

$$|a+b| \le |a| + |b|.$$

Giải

Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1. Nếu $a = 0$ hoặc $b = 0$.

Giả sử $a = 0$, ta có:

$$|a+b| = |0+b| = |b| = |0| + |b|.$$

Vậy, $|a+b| = |a| + |b|$.

Trường hợp 2 Nếu a và b là hai số nguyên cùng dấu.

Ta có:

$$|a+b| = |a| + |b|.$$

Trường hợp 3. Nếu a và b là hai số nguyên khác dấu.

- Với $|a| \ge |b|$ thì $|a+b| = |a| - |b|$.
- Với $|a| \le |b|$ thì $|a+b| = |b| - |a|$.

Vì $|a|$ và $|b|$ là hai số nguyên dương nên:

$$|a| - |b| \le |a| + |b| \text{ và } |b| - |a| \le |a| + |b|.$$

Vậy, $|a+b| \le |a| + |b|$ với mọi a, b.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu quy tắc cộng hai số nguyên cùng dấu.

Câu hỏi 2: Phát biểu quy tắc cộng hai số nguyên khác dấu.

Câu hỏi 3: Nêu các tính chất của phép cộng các số nguyên

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Thực hiện phép cộng sau:

a. $A = 154 + (-73) + 35 + 11 + (-127) + 20.$

b. $B = (-136) + 123 + (-264) + (-83) + 240.$

c. $C = 314 + (-153) + 65 + 121 + (-247) + 218.$

d. $B = (-325) + 127 + (-165) + (-187) + (-275) + 155.$

Bài tập 2. Thực hiện phép cộng sau:

a. $A = 514 + (-172) + 235 + 51 + (-237) + 20.$

b. $B = (-416) + 235 + (-640) + (-583) + 209.$

c. $C = 341 + (-536) + 265 + 218 + (-417) + 289.$

d. $B = (-326) + 217 + (-125) + (-173) + (-279) + 123.$

Bài tập 3. Tính tổng các số nguyên x biết:

a. $-7 \leq x \leq 8.$

b. $-9 < x \leq 7.$

c. $-5 \leq x < 6.$

d. $-9 \leq x \leq 10.$

Bài tập 4. Tính tổng các số nguyên x biết:

a. $-6 \leq x \leq 6.$

b. $-15 < x \leq 14.$

c. $-5 \leq x < 9.$

d. $-5 \leq x \leq 13.$

Bài tập 5. Tính tổng:

a. $A = 1 + (-2) + 3 + (-4) + 5 + (-6) + ... + 39 + (-40).$

b. $B = 16 + (-17) + 18 + (-19) + ... + 82 + (-83) + 84.$

Bài tập 6. Tính $|a + b|$ và $|a| + |b|$, biết:

a. $a = -8$, $b = 29$.

b. $a = 35$, $b = -74$.

c. $a = -54$, $b = -36$.

d. $a = 56$, $b = 34$.

Bài tập 7. Tính $|a + b|$ và $|a| + |b|$ rồi so sánh hai kết quả đó với nhau, biết:

a. $a = -9$, $b = 38$.

b. $a = 364$, $b = -174$.

c. $a = -543$, $b = -336$.

d. $a = 516$, $b = 134$.

Bài tập 8. Với những giá trị nào của a và b thì:

a. $|a + b| = |a| + |b|$.

b. $a + |a| = 0$.

c. $a + |a| = 2a$

Lấy ví dụ minh họa.

Bài tập 9. Với những giá trị nào của a và b thì:

a. $|a| + |b| = a + b$.

b. $|a| + |b| = -a - b$.

c. $|a| + |b| = a - b$.

d. $|a| + |b| = |a - b|$.

Lấy ví dụ minh họa.

Bài tập 10. Chứng minh rằng:

a. $|a + b| \geq |a| - |b|$.

b. $|a - b| \geq |a| - |b|$.

Bài tập 11. Biết rằng $|a| > 2|b|$. Chứng minh rằng:

$$|a| < 2|a - b|.$$

Bài tập 12. Chứng minh rằng:

$$|a - c| \leq |a - b| + |b - c|, \text{ với mọi số } a, b, c.$$

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Thực hiện tính chất giao hoán và tính chất kết hợp, ta có:

$$A = (154 + 35 + 11) + [(-73) + (-127)] + 20$$
$$= 200 + (-200) + 20 = 20$$

b. Thực hiện tính chất giao hoán và tính chất kết hợp, ta có:

$$B = [(-136) + (-264)] + [123 + (-83)] + 240$$
$$= (-400) + 40 + 240 = (-400) + 280 = -120.$$

c. Thực hiện tính chất giao hoán và tính chất kết hợp, ta có:

$$C = (314 + 65 + 121) + [(-153) + (-247)] + 218$$
$$= 500 + (-400) + 218 = 100 + 218 = 318.$$

d. Thực hiện tính chất giao hoán và tính chất kết hợp, ta có:

$$B = [(-325) + (-275)] + [127 + (-187)] + [(-165) + 155]$$
$$= (-600) + (-60) + (-10) = -670.$$

Bài tập 2.

a. $A = 411$.

b. $B = -1195$.

c. $C = 160$.

d. $D = -563$.

Bài tập 3.

a. Ta có:

$$-7 \leq x \leq 8 \Rightarrow x = -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.$$

Vậy, tổng các số nguyên x:

$$A = (-7)+(-6)+(-5)+(-4)+(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2+3+4+5+6+7+8$$
$$= 8.$$

b. Ta có:

$$-9 < x \leq 7 \Rightarrow x = -8, -7, -6, \ldots, 6, 7.$$

Vậy, tổng các số nguyên x:

$$B = (-8) + (-7) + (-6) + \ldots + 6 + 7 = -8.$$

c. Ta có:

$$-5 \le x < 6 \Rightarrow x = -5, -4, \ldots, 4, 5.$$

Vậy, tổng các số nguyên x:

$$C = (-5) + (-4) + \ldots + 4 + 5 = 0.$$

d. Ta có:

$$-9 \le x \le 10 \Rightarrow x = -9, -8, \ldots, 9, 10.$$

Vậy, tổng các số nguyên x:

$$D = (-9) + (-8) + \ldots + 9 + 10 = 10.$$

Bài tập 4.

a. $A = 0$.

b. $B = 0$.

c. $C = 21$.

d. $D = 76$.

Bài tập 5.

a. Ta có:

$$[(-2) + (-40)] + (3 + 39) = 0$$

$$[(-4) + (-38)] + (5 + 37) = 0$$

$$[(-6) + (-36)] + (7 + 35) = 0$$

...

Vậy, $A = 1$

b. Ta có:

$$[(-17) + (-83)] + (18 + 82) = 0$$

$$[(-19) + (-81)] + (20 + 80) = 0$$

$$[(-21) + (-79)] + (22 + 78) = 0$$

...

Vậy, $A = 16 + 84 = 100$

Bài tập 6.

a. Ta có:

$$|a + b| = |(-8) + 29| = |21| = 21;$$

$$|a| + |b| = |-8| + |29| = 8 + 29 = 37.$$

b. Ta có:

$|a + b| = |35 + (-74)| = |-39| = 39;$

$|a| + |b| = |35| + |-74| = 35 + 74 = 109.$

c. Ta có:

$|a + b| = |(-54) + (-36)| = |-90| = 90;$

$|a| + |b| = |-54| + |-36| = 54 + 36 = 109.$

d. Ta có:

$|a + b| = |56 + 34| = |90| = 90;$

$|a| + |b| = |56| + |34| = 56 + 34 = 90.$

Bài tập 7.

a. Ta có:

$|a + b| = 29$ và $|a| + |b| = 47.$

Vậy, $|a + b| < |a| + |b|.$

b. Ta có:

$|a + b| = 190$ và $|a| + |b| = 538.$

Vậy, $|a + b| < |a| + |b|.$

c. Ta có:

$|a + b| = 879$ và $|a| + |b| = 879.$

Vậy, $|a + b| = |a| + |b|.$

d. Ta có:

$|a + b| = 650$ và $|a| + |b| = 650.$

Vậy, $|a + b| = |a| + |b|.$

Bài tập 8.

a. $|a + b| = |a| + |b|$ khi và chỉ khi a và b cùng dấu.

Ví dụ:

- Với a = 5, b = 8, ta có:

  $|5 + 8| = |13| = 13$ và $|5| + |8| = 13.$

  $\Rightarrow |5 + 8| = |5| + |8|$

- Với a = - 6, b = - 9, ta a có:

  $|(-6) + (-9)| = |-15| = 15$ và $|(-6)| + |(-9)| = 6 + 9 = 15$

  $\Rightarrow |(-6) + (-9)| = |(-6)| + |(-9)|$

b. $a + |a| = 0$ khi và chỉ khi $a \le 0$

Ví dụ:

- Với $a = 0$, ta có:

  $0 + |0| = 0$.

- Với $a = -8$, ta có:

  $(-8) + |-8| = (-8) + 8 = 0$.

c. $a + |a| = 2a$ khi và chỉ khi $a \ge 0$

Ví dụ:

- Với $a = 0$. Ta có:

  $0 + |0| = 2.0 = 0$

- Với $a = 9$. Ta có:

  $9 + |9| = 9 + 9 = 2.9 = 18$.

Bài tập 9. Ta có:

a. $|a| + |b| = a + b$ khi và chỉ khi a và b là những số không âm.

Thật vậy:

Vế trái không âm, vậy vế phải không âm, tức là:

$a + b \ge 0$.

Suy ra, trong hai số a, b phải có một số không âm, giả sử $a \ge 0$ suy ra

$|a| = a$.

Từ đó, đẳng thức ban đầu có dạng:

$a + |b| = a + b \Leftrightarrow |b| = b \Leftrightarrow b \ge 0$.

Ví dụ: Lấy $a = 9$, $b = 18$, ta có:

$|9| + |18| = 9 + 18 = 27$

b. $|a| + |b| = -a - b$ khi và chỉ khi a và b là những số không dương.

Thật vậy:

Vế trái không âm, vậy vế phải không âm, tức là:

$-a - b \ge 0 \Leftrightarrow a + b \le 0$

Suy ra, trong hai số a, b phải có một số không dương, giả sử $a \le 0$ suy ra

$|a| = -a$.

Từ đó, đẳng thức ban đầu có dạng:

$$-a + |b| = -a - b \Leftrightarrow |b| = -b \Leftrightarrow b \leq 0.$$

Ví dụ: Lấy a = - 6, b = - 8, ta có:

$$|-6| + |-8| = 8 + 8 = 14.$$

$$-(-6) — (-8) = = 6 + 8 = 14.$$

c. $|a| + |b| = a - b$ khi và chỉ khi a là số không âm và b là số không dương.

Ví dụ: Lấy a = 8, b = - 11, ta có:

$$|8| + |-11| = 8 + 11 = 19.$$

$$8 — (-11) = 8 = 11 = 19.$$

d. $|a| + |b| = |a — b|$ khi và chỉ khi a và b là hai số trái dấu.

Ví dụ: Lấy a = - 6, b = 33, ta có:

$$|-6| + |33| = 6 + 33 = 39.$$

$$|-6 - 33| = |-39| = 39.$$

CHỦ ĐỀ 3 PHÉP TRỪ HAI SỐ NGUYÊN

I.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. HIỆU CỦA HAI SỐ NGUYÊN

Thí dụ 1: Ta có:

$$A = 2 - 6 = 2 + (-6) = -4.$$

Từ đó ta có quy tắc:

> *Hiệu của hai số nguyên a và b là tổng của a và số đối của b:*
>
> $a - b = a + (-b).$

Nhân xét: Hiệu của hai số nguyên a và b là một số x mà khi cộng nó với b ta được a. Như vậy, trong Z phép trừ luôn được thực hiện.

2. QUY TẮC DẤU NGOẶC

Thí dụ 2: Ta có:

a. $A = 5 + (2 - 9) = 5 + [2 + (-9)] = 5 + (-7) = -2.$

$B = 5 + 2 - 9 = 7 + (-9) = 2.$

Nhận thấy:

$A = B = 2 \Rightarrow 5 + (2 - 9) = 5 + 2 - 9.$

b. $A = 6 - (8 - 3) = 6 - [8 + (-3)] = 6 - 5 = 1.$

$B = 6 - 8 + 3 = 6 + (-8) + 3 = (-2) + 3 = 1.$

Nhận thấy:

$A = B = 1 \Rightarrow A = 6 - (8 - 3) = 6 - 8 + 3.$

Từ đó ta có quy tắc:

> - *Khi bỏ dấu ngoặc có dấu " – "đằng trước, ta phải đổi dấu tất cả các số hạng trong dấu ngoặc: dấu" + "thành dấu " – " và dấu " – " thành dấu " + ".*
> - *Khi bỏ dấu ngoặc có dấu " + "đằng trước thì dấu các số hạng trong ngoặc vẫn giữ nguyên.*

3. QUY TẮC CHUYỂN VẾ

Thí dụ 3: Ta có:

$x + 2 = 8 \Rightarrow x = 8 - 2 \Rightarrow x = 6.$

$x - 9 = 5 \Rightarrow x + (-9) = 5 \Rightarrow x = 5 - (-9) = 5 + 9 = 14.$

Từ đó ta có quy tắc:

> *Khi chuyển vế một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó: dấu " + "thành dấu " – " và dấu " – " thành dấu " + ".*

4. TỔNG ĐẠI SỐ

Ta có định nghĩa:

> *Một dãy các phép tính cộng, trừ các số nguyên được gọi là một tổng đại số*

Trong một tổng đại số ta có thể:

> - *Thay đổi tùy ý vị trí các số hạng kèm theo dấu của chúng.*
> - *Đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý. Nhưng cần chú ý: nếu trước dấu ngoặc là dấu " – " thì phải đổi dấu tất cả các số hạng bên trong ngoặc đó.*

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Tìm x biết :

a. $(x - 25) + 18 = 0.$

b. $(-27 - x) - 23 = 0.$

c. $|x - 5| = 4.$

Giải

a. Ta có:

$(x - 25) + 18 = 0 \Rightarrow x - 25 = -18 \Rightarrow x = -18 + 25 = 7.$

b. Ta có:

$(-27 - x) - 23 = 0 \Rightarrow -27 - x = 23$

$\Rightarrow -x = 23 + 27 \Rightarrow -x = 50 \Rightarrow x = -50.$

c. Ta xét hai trường hợp:

- $x - 5 = 4 \Rightarrow x = 4 + 5 \Rightarrow x = 9.$

- $x - 5 = -4 \Rightarrow x = -4 + 5 \Rightarrow x = 1$.

Ví dụ 2: Tính:

$$S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - ... - 48 + 49 - 50.$$

Giải

Sử dụng tính chất giao hoán và thực hiện nhóm các số hạng, ta có:

$$S = (1 + 3 + 5 + ... + 49) - (2 + 4 + 6 + ... + 50)$$

Đặt:

$S_1 = 1 + 3 + 5 + ... + 49;$

$S_2 = 2 + 4 + 6 + ... + 50.$

Nhận xét rằng cặp hai số đầu và cuối, cũng như từng cặp hai số cách đều số đầu và số cuối đều có tổng bằng nhau, và trong tổng:

$S_1 = 1 + 3 + ... + 49,$

$S_2 = 2 + 4 + 6 + ... + 50.$

có 25 cặp như thế, do đó kết quả là:

$S_1 = 25.50 = 1250.$

$S_2 = 25.52 = 1300.$

Vậy, $S = S_1 - S_2 = 1250 - 1300 = -50.$

Ví dụ 3: Tính giá trị biểu thức:

$$A = (a - b + c) - (-c - b + a)$$

biết $a = -5$, $b = 2$, $c = -8$.

Giải

Ta có:

$A = (a - b + c) - (-c - b + a)$

$= [(-5) - 2 + (-8)] - [-(-8) - 2 + (-5)]$

$= (-5 - 2 - 8) - (8 - 2 - 5) = -15 - 1 = -16.$

Nhận xét: Sử dụng tính chất giao hoán và thực hiện việc bỏ dấu ngoặc, ta có:

$$A = a - b + c + c + b - a = (a - a) - (b - b) + 2c = 2c$$

Thay $c = -8$, ta được:

$$A = 2.(-8) = -16.$$

Như vậy, ví dụ trên có thể được phát biểu lại dưới dạng:

"Tính giá trị biểu thức:

$$A = (a - b + c) - (-c - b + a),$$

biết c = - 8"

Ví dụ 4: Chứng minh rằng:

$$a - (b - c) = (a + c) - b.$$

Áp dụng để tính:

$$A = 157 - (130 - 43).$$

Giải

Ta có:

$$a - (b - c) = a - b + c = (a + c) - b.$$

Áp dụng, ta được:

$$A = 157 - (130 - 43) = (157 + 43) - 130 = 200 - 130 = 70.$$

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu quy tắc trừ hai số nguyên.

Câu hỏi 2: Phát biểu quy tắc dấu ngoặc.

Câu hỏi 3: Phát biểu quy tắc chuyển vế.

Câu hỏi 4: Tổng đại số là gì ? Trong một tổng đại số ta có thể thực hiện được những công việc gì ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Tìm x, biết:

a. $|x - 8| = 9$.

b. $(-24 + x) - 43 = 15$.

c. $(-x + 6) + 12 = 48$.

Bài tập 2. Tìm x, biết:

a. $28 - |x + 5| = 21$.

b. $-31 + |12 - x| = -25$.

Bài tập 3. Tính:

$$S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - ... - 98 + 99 - 100.$$

Bài tập 4. Tính giá trị biểu thức:

$$A = (-a - b + c + d) - (d + c - b - 2a)$$

biết $a = -5$, $b = 2$, $c = -8$, $d = 6$.

Bài tập 5. Tính giá trị biểu thức:

$$A = (a - 2b - c + 2d) - (3d - 2c - 3b + a) + 15.$$

biết $a = -18$, $b = 9$, $c = -8$, $d = 294$.

Bài tập 6. Chứng minh rằng:

a. $(a - b) - (c - d) = (a - c) - (b - d)$.

b. $(a - b) + (c - d) = (a + c) - (b + d)$.

Áp dụng để tính:

$A = (127 - 263) - (27 - 153)$.

$B = (52 - 73) + (148 - 127)$.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Ta có:

$|x - 8| = 9 \Rightarrow x - 8 = 9$ hoặc $x - 8 = -9$

$\Rightarrow x = 17$ hoặc $x = -1$

b. Ta có:

$(-24 + x) - 43 = 15 \Rightarrow -24 + x = 58$

$\Rightarrow x = 58 + 24 \Rightarrow x = 82$.

c. Ta có:

$(-x + 6) + 12 = 48 \Rightarrow -x + 6 = 48 - 12$

$\Rightarrow -x + 6 = 36 \Rightarrow x = 6 - 36 \Rightarrow x = -30$

Bài tập 2.

a. Ta có:

$28 - |x + 5| = 21 \Rightarrow |x + 5| = 28 - 21$

$\Rightarrow |x + 5| = 7 \Rightarrow x + 5 = 7$ hoặc $x + 5 = -7$

$\Rightarrow x = 2$ hoặc $x = -12$.

b. Ta có:

$-31 + |12 - x| = -25 \Rightarrow |12 - x| = -25 + 31$

$\Rightarrow |12 - x| = 6 \Rightarrow 12 - x = 6$ hoặc $12 - x = -6$

$\Rightarrow x = 6$ hoặc $x = 18$.

Bài tập 3.

Sử dụng tính chất giao hoán và thực hiện nhóm các số hạng, ta có:

$S = (1 + 3 + 5 + ... + 99) - (2 + 4 + 6 + ... + 100)$.

Đặt:

$S_1 = 1 + 3 + 5 + ... + 99$,

$S_2 = 2 + 4 + 6 + ... + 100$.

Nhận xét rằng cặp hai số đầu và cuối, cũng như từng cặp hai số cách đều số đầu và số cuối đều có tổng bằng nhau, và trong tổng:

$S_1 = 1 + 3 + ... + 99$;

$S_2 = 2 + 4 + 6 + ... + 100$.

có 50 cặp như thế, do đó kết quả là:

$S_1 = 50 . 100 = 5000$;

$S_2 = 50 . 102 = 5100$.

Vậy, $S = S_1 - S_2 = 5000 - 5100 = -100$.

Bài tập 4. Biến đổi A về dạng:

$A = -a - b + c + d - d - c + b + 2a = a$.

Khi đó, với $a = -5$, ta được:

$A = -5$.

Bài tập 5. Biến đổi A về dạng:

$A = (a - 2b - c + 2d) - (3d - 2c - 3b + a) + 15$

$A = a - 2b - c + 2d - 3d + 2c + 3b - a + 15$

$= b + c - d + 15$.

Khi đó, với $b = 9$, $c = -8$, $d = 294$, ta được:

$A = 9 - 8 - 294 + 15 = -278$.

Bài tập 6.

a. Ta có:

$(a - b) - (c - d) = a - b - c + d = (a - c) + (-b + d)$

$= (a - c) - (b - d)$.

b. Ta có:

$(a - b) + (c - d) = a - b + c - d = (a + c) + (-b - d)$

$= (a + c) - (b + d)$.

Áp dụng:

a. $A = (127 - 27) - (263 - 153) = 100 - 110 = -10$.

b. $B = (52 + 148) - (73 + 127) = 200 - 200 = 0$.

CHỦ ĐỀ 4 PHÉP NHÂN HAI SỐ NGUYÊN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. NHÂN HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU

Ta có quy tắc:

> *Khi nhân hai số nguyên cùng dấu, ta nhân hai giá trị tuyệt đối của chúng với nhau.*

Thí dụ 1: Ta có:

A = 12.4 = 48.

B = (-12).(- 3) = 36.

2. NHÂN HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU

Ta có quy tắc:

> *Khi nhân hai số nguyên khác dấu, ta nhân hai giá trị tuyệt đối của chúng với nhau rồi đặt dấu " – " trước kết quả.*

Thí dụ 2: Ta có:

A = (- 5).4 = - 20.

B = 3.(- 8) = - 24.

3. TỔNG KẾT

Dấu của thừa số a	Dấu của thừa số b	Dấu của tích a.b
+	+	+
-	+	-
+	-	-
-	-	+

Nhân xét:

1. Nếu a.b = 0 thì a = 0 hoặc b = 0.
2. Khi đổi dấu một thừa số thì tích đổi dấu. Khi đổi dấu hai thừa số thì tích không thay đổi.

4. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP NHÂN

Phép nhân của các số nguyên có một số tính chất sau:

> 1. ***(Tính chất giao hoán)***: *Với mọi a, b∈Z thì*
>
> $$a.b = b.a.$$
>
> 2. ***(Tính chất kết hợp)***: *Với mọi a, b, c ∈Z thì*
>
> $$(a.\ b).\ c = a.\ (b.\ c).$$
>
> 3. ***(Nhân với phần tử đơn vị)***: *Với mọi a ∈Z thì*
>
> $$a.1 = 1.\ a = a.$$
>
> 4. ***(Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng)***: *Với mọi a, b, c ∈Z thì:*
>
> $$a(b + c) = ab + ac.$$
>
> $$a(b - c) = ab - ac.$$

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

__Ví dụ 1:__ Viết các tổng sau đây thành tích rồi tính giá trị của tổng đó với $x = -8$.

a. $A = x + x + x + x + x + x.$

b. $B = -(x - 5 + x - 5 + x - 5 + x - 5 + x - 5).$

Giải

a. Ta có:

$$A = x + x + x + x + x + x = 6.x.$$

Thay $x = -8$, ta được:

$$A = 6.(-8) = -48$$

b. Ta có:

$$B = -(x - 5 + x - 5 + x - 5 + x - 5 + x - 5)$$

$$= -5(x - 5) = 5(5 - x).$$

Thay $x = -8$, ta dược:

$$B = 5.[5 - (-8)] = 5.(5 + 8) = 5.14 = 70.$$

Ví dụ 2: Hãy biểu diễn các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số nguyên.

a. $A = 8 . 4^3 .(- 125)$.

b. $B = 6.(- 27) . 36 . 2^3$.

Giải

a. Ta có:

$$A = 2^3 . 4^3 . (- 5)^3 = [2 . 4 . (- 5)]^3 = (- 40)^3.$$

b. Ta có:

$$B = 6.(- 27) . 36 . 2^3 = 6 . 36. (- 3)^3 . 2^3 = 6^3. (- 3)^3. 2^3$$
$$= [6 . (- 3) . 2]^3 = (- 36)^3 = (- 1) . (6^2)^3 = - 6^6.$$

Ví dụ 3: Tính giá trị biểu thức:

$$A = d(a - b + c) - d(- c - b + a)$$

biết $a = - 5$, $b = 2$, $c = - 8$. $d = 3$.

Giải

Ta có:

$$A = d(a - b + c) - d(- c - b + a)$$
$$= 3.[(- 5) - 2 + (- 8)] - 3.[- (- 8) - 2 + (- 5)]$$
$$= 3.(- 5 - 2 - 8) - 3.(8 - 2 - 5) = 3.(- 15) - 3 = - 48.$$

Nhận xét: Sử dụng tính chất giao hoán và thực hiện việc bỏ dấu ngoặc, ta có:

$$A = d(a - b + c + c + b - a) = d[(a - a) - (b - b) + 2c]$$
$$= 2cd.$$

Thay $c = - 8$, $d = 3$, ta được: $A = - 48$.

Ví dụ 4: Tìm số nguyên x sao cho:

a. $(x - 2)^2 = 0$.

b. $x(x + 8) = 0$.

c. $(x - 1)(x - 2) = 0$.

Giải

a. Ta có:

$$(x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2.$$

b. Ta có:

$$x(x + 8) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ hoặc } x + 8 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = - 8.$$

c. Ta có:

$$(x - 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \text{ hoặc } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 2.$$

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu quy tắc nhân hai số nguyên cùng dấu.

Câu hỏi 2: Phát biểu quy tắc nhân hai số nguyên khác dấu.

Câu hỏi 3: Nêu các tính chất của phép nhân hai số nguyên.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Viết các tổng sau đây thành tích rồi tính giá trị của tổng đó với $x = 2$.

a. $A = x + 2x + 3x + 4x + 5x$.

b. $B = (x - 1) + 2(x - 1) + 3(x - 1) + 4(x - 1) + 5(x - 1)$.

Bài tập 2. Viết các tổng sau đây thành tích rồi tính giá trị của tổng đó với $x = -8$.

a. $A = x - 2x - 3x - 4x - 5x$.

b. $B = (x + 1) - 2(x + 1) - 3(x + 1) - 4(x + 1) - 5(x + 1)$.

Bài tập 3. Hãy biểu diễn các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số nguyên.

a. $A = (-16) \cdot 8 \cdot (-125) \cdot 10$.

b. $B = (-21) \cdot (-27) \cdot 49 \cdot 2^3 \cdot 14$.

Bài tập 4. Hãy biểu diễn các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số nguyên.

a. $A = (-27) \cdot 81 \cdot (-125) \cdot 15$.

b. $B = (-21^2) \cdot (-27) \cdot 49 \cdot 2^3 \cdot 28$.

Bài tập 5. Tính nhanh:

a. $A = (-18) \cdot (-125) \cdot 12$.

b. $B = (-256) \cdot 43 + (-256) \cdot 25 - 256 \cdot 32$.

c. $C = 1 - 2 + 3 - 4 + \ldots + 999 - 1000$.

d. $D = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 8 + \ldots + 97 - 98 - 99 + 100$.

Bài tập 6. Tìm số nguyên x sao cho:

a. $(x + 1)^2(x - 2)^2 = 0$.

b. $x(x + 1)(x + 2)^2(x + 3)^3 = 0$.

c. $(x - 9)^5(x - 5)^8 = 0$.

Bài tập 7. Tìm số nguyên x sao cho:

a. $(x + 17)^{21}(x - 52)^{28} = 0$.

b. $x(x + 100)^{10}(x + 200)^{20}(x + 300)^{300} = 0$.

c. $(3x - 9)^{50}(5x - 75)^{56} = 0$.

Bài tập 8. Rút gọn biểu thức:

a. $A = a(b - c) - b(a + c)$.

b. $B = (a + b)(c - d) - (a - d)(b + c)$.

Bài tập 9. Rút gọn biểu thức:

a. $A = a(2b - c) - b(a + c) - a(c + b)$.

b. $B = (a + 3b)(c - d) - (3a - d)(b + c) - 2c(b - a) + 2b(a + d)$.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Ta có:

$$A = x + 2x + 3x + 4x + 5x = x(1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 15 \cdot x.$$

Thay x = 2 vào A, ta được:

$$A = 15.2 = 30.$$

b. Ta có:

$$B = (x - 1) + 2(x - 1) + 3(x - 1) + 4(x - 1) + 5(x - 1)$$
$$= (x - 1)(1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 15(x - 1).$$

Thay x = 2 vào B, ta được:

$$B = 15(2 - 1) = 15.$$

Bài tập 2.

a. Ta có:

$$A = x - 2x - 3x - 4x - 5x = x(1 - 2 - 3 - 4 - 5) = -13 \cdot x.$$

Thay x = - 8 vào A, ta được:

$$A - 13.(-8) = 104.$$

b. Ta có:

$$B = (x + 1) - 2(x + 1) - 3(x + 1) - 4(x + 1) - 5(x + 1)$$
$$= (x + 1)(1 - 2 - 3 - 4 - 5) = -13(x + 1).$$

Thay x = - 8 vào B, ta được:

$$B = -13(-8 + 1) = 91.$$

Bài tập 3.

a. Ta có:

$A = (-1) . 16 . 8. (-1). 125. 2 . 5$

$= (-1) . 2^4 . 2^3. (-1). 5^3. 2.5 = (2 . 2 . 5)^4 = 20^4.$

b. Ta có:

$B = (-1).3. 7. (-1). 3^3 . 7^2 . 2^3. 2. 7 = (2 . 3. 7)^4 = 42^4.$

Bài tập 4.

a. Ta có:

$A = (-1) . 27 . 81. (-1). 125. 3 . 5$

$= (-1) . 3^3 . 3^4. (-1). 5^3. 3.5 = (3 . 3 . 5)^4 = 45^4.$

b. Ta có:

$B = (-1).(3. 7)^2. (-1). 3^3 . 7^2 . 2^3. 2^2. 7 = (2 . 3. 7)^5 = 42^5.$

Bài tập 5.

a. Ta có:

$A = (-2)^3.(-3)^3(-5)^3 = (-30)^3 = -27\,000.$

b. Ta có:

$B = (-256).(43 + 25 + 32) = (-256).100 = -2560.$

c. Ta có:

$1 - 2 = -1$

$3 - 4 = -1$

$5 - 6 = -1$

...

$99 - 100 = -1$

Trong biểu C ta có 100 : 2 = 50 cặp như vậy. Do đó:

$C = (-1). 50 = -50.$

d. Ta có:

$1 - 2 - 3 + 4 = 0$

$5 - 6 - 7 + 8 = 0$

...

$97 - 98 - 99 + 100 = 0$

Trong biểu D ta có 100 : 4 = 25 cặp như vậy. Do đó:

$D = 0. 25 = 0.$

Bài tập 6.

a. Ta có:

$(x + 1)^2(x - 2)^2 = 0 \Rightarrow (x + 1).(x - 2) = 0$

$\Rightarrow (x + 1) = 0$ hoặc $(x - 2) = 0 \Rightarrow x = - 1$ hoặc $x = 2$.

b. Ta có:

$x(x + 1)(x + 2)^2(x + 3)^3 = 0 \Rightarrow x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 0$

$\Rightarrow$ hoặc $x = 0$; $(x + 1) = 0$; $(x + 2) = 0$;$(x + 3) = 0$

$\Rightarrow$ hoặc $x = 0$, $x = - 1$, $x = - 2$, $x = - 3$.

c. Ta có:

$(x - 9)^5(x - 5)^8 = 0 \Rightarrow (x - 9).(x - 5) = 0$

$\Rightarrow (x - 9) = 0$ hoặc $(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 9$ hoặc $x = 5$.

Bài tập 7.

a. Ta có:

$(x + 17)^{21}(x - 52)^{25} = 0 \Rightarrow (x + 17).(x - 52) = 0$

$\Rightarrow x = - 17$ hoặc $x = 52$.

b. Ta có:

$x(x + 100)^{10}(x + 200)^{20}(x + 300)^{300} = 0$

$\Rightarrow x(x + 100).(x + 200).(x + 300) = 0$

$\Rightarrow$ Hoặc $x = 0$, $x = - 100$, $x = - 200$, $x = - 300$.

c. Ta có:

$(3x - 9)^{59}(5x - 75)^{86} = 0 \Rightarrow (3x - 9)(5x - 75) = 0$

$\Rightarrow x = 3$ hoặc $x = 15$.

Bài tập 8.

a. Ta có:

$A = ab - ac - ba - bc = - ac - bc = - c(a + b)$.

b. Ta có:

$B = a(c - d) + b(c - d) - a(b + c) + d(b + c)$

$= ac - ad + bc - bd - ab - ac + db + dc = bc + dc = b(c + d)$.

Bài tập 9.

a. Ta có:

$$A = a(2b - c) - b(a + c) - a(c + b)$$

$$= 2ab - ac - ab - bc - ac - ab$$

$$= 2ac - bc = c(2a - b).$$

b. Ta có:

$$B = (a + 3b)(c - d) - (3a - d)(b + c) - 2c(b - a) + 2b(a + d)$$

$$= ac - ad + 3bc - 3bd - 3ab - 3ac + db + cd - 2cb + 2\ c) + 2ab + 2bd.$$

$$= bc - ad - ab + cd = (bc + cd) - (ab + ad)$$

$$= c(b + d) - a(b + d) = (c - a)(b + d).$$

Để hỗ trợ cho việc tính toán các em học sinh hãy tìm đọc bộ sách **Giải toán bằng máy tính** của **Nhóm Cự Môn**.

Bộ sách gồm 4 cuốn :

Cuốn 1: Hướng dẫn sử dụng máy tính CASIO fx — 570Ms giải toán

Cuốn 2: Sử dụng máy tính CASIO fx — 570 giải toán THCS

Cuốn 3: Sử dụng máy tính CASIO fx — 570 giải toán THPT

Cuốn 4: 81 đề thi Giải toán trên máy tính CASIO

CHỦ ĐỀ 5 BỘI VÀ ƯỚC CỦA MỘT SỐ NGUYÊN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. BỘI VÀ ƯỚC CỦA MỘT SỐ NGUYÊN.

Thí dụ 1: Ta có:

$8 = 4 . 2$

$(-9) = 3 . (-3)$.

Từ đó, ta có định nghĩa:

*Cho a, b ∈ **Z** và b ≠ 0. Nếu có số nguyên q sao cho:*

$$a = b . q$$

thì ta nói a chia hết cho b, kí hiệu: a ⋮ b. Hay a là bội của b và b là ước của a.

Chú ý:
- Số 0 là bội của mọi số nguyên a với a ≠ 0.
- Số 0 không là ước của bất kì số nguyên nào.
- Các số 1 và - 1 là ước của mọi số nguyên.
- Nếu a là ước của b đồng thời là ước của c thì a được gọi là ước chung của b và c.
- Nếu a là bội của b đồng thời là bội của c thì a được gọi là bội chung của b và c.

2. TÍNH CHẤT CHIA HẾT

Ta có một số tính chất sau:

Với mọi a, b, c ∈ **Z**, ta có

1. Nếu a chia hết cho b và b chia hết cho c thì a chia hết cho c.

   $a ⋮ b, b ⋮ c \Rightarrow a ⋮ c$.

2. Nếu a chia hết cho b thì bội của a cũng chia hết cho b.

   $a ⋮ b \Rightarrow a . m ⋮ b$ $(m \in \mathbf{Z})$.

3. Nếu hai số a, b đều chia hết cho c thì tổng và hiệu của chúng đều chia hết cho c.

   $a ⋮ c$ và $b ⋮ c \Rightarrow (a + b) ⋮ c$ và $(a - b) ⋮ c$.

Thí dụ 2: Ta có:

$(-18) \vdots 9$ và $9 \vdots 3 \Rightarrow (-18) \vdots 3$.

$5 \vdots (-5) \Rightarrow 2 . 5 \vdots (-5), 3 . 5 \vdots (-5), ...$

$8 \vdots (-4)$ và $(-16) \vdots (-4) \Rightarrow [8 + (-16)] \vdots (-4) \Rightarrow [8 - (-16)] \vdots (-4)$

II. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Tìm tất cả các ước của 18 và 27. Trong các ước trên, ước nào là ước chung của 18 và 27.

Giải

Ta có,

- Các ước của 18 là: ±1, ±2, ±3, ±6, ±9, ±18.
- Các ước của 27 là: ±1, ±3, ±9, ±27.

Ta được:

ƯC(18, 27) = ± 1, ± 3, ± 9.

Chú ý: Kí hiệu $x = \pm a$ để chỉ có thể là $x = a$ hoặc $x = -a$.

Ví dụ 2: Tìm các số nguyên a và b biết:

a. $(a - 2)(b + 3) = 7$.

b. $(ab + 1)(b - 5) = 3$.

Giải

a. Ta có:

(a - 2) là ước của 7.

Suy ra, ta có bảng sau:

a - 2	b + 3	a	b
- 1	- 7	1	- 10
1	7	3	4
- 7	- 1	- 5	- 4
7	1	9	- 2

Vậy, ta có 4 cặp (a, b) thỏa mãn đề bài

(1, - 10), (3, 4), (- 5, - 4), (9, - 2).

b. Ta có:

(b — 5) là ước của 3.

Suy ra, ta có bảng sau:

b - 5	ab + 1	b	ab	a
- 1	- 3	4	- 4	- 1
1	3	6	2	Loại
- 3	- 1	2	- 2	- 1
3	1	8	0	0

Vậy, có 3 cặp (a, b) thỏa mãn đề bài

(- 1, 4), (- 1, 2), (0, 8).

Ví dụ 3: Tìm $n \in \mathbf{Z}$ sao cho:

$n^2 + n - 17$ là bội của n + 5.

Giải

Ta có:

$n^2 + n - 17$ là bội của $n + 5 \Rightarrow (n^2 + n - 17) \vdots (n + 5)$.

Ta có:

$n^2 + n - 17 = n^2 + 5n - 4n + 17 = n^2 + 5n - 4n - 20 + 20 - 17$

$= n(n + 5) - 4(n + 5) + 3 = (n + 5)(n - 4) + 3$.

Xét phép tính:

$$\frac{n^2 + n - 17}{n + 5} = \frac{(n + 5)(n - 4) + 3}{n + 5} = (n - 4) + \frac{3}{n + 5}.$$

Để $(n^2 + n - 17) \vdots (n + 5)$ thì:

$(n - 4) + \dfrac{3}{n + 5}$ là số nguyên $\Rightarrow$ (n + 5) là ước của 3.

$\Rightarrow$ (n + 5) lần lượt nhận các giá trị ± 1, ± 3.

- Với $n + 5 = -1 \Rightarrow n = -6$.
- Với $n + 5 = 1 \Rightarrow n = -4$.
- Với $n + 5 = -3 \Rightarrow n = -8$.
- Với $n + 5 = -3 \Rightarrow n = -2$.

Vậy, ta tìm được n = - 6, n = - 4, n = - 8, n = - 2 thoả mãn điều kiện đầu bài.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Cho hai số nguyên a, b và $b \neq 0$. Khi nào ta nói a chia hết cho b.

Câu hỏi 2: Phát biểu các tính chất chia hết

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Tìm tất cả các ước của 16 và 24. Hỏi 16 và 24 có bao nhiêu ước chung và đâu là ước chung lớn nhất và đâu là ước chung nhỏ nhất.

Bài tập 2. Tìm tất cả các ước của 18 và 32. Hỏi 18 và 32 có bao nhiêu ước chung và đâu là ước chung lớn nhất và đâu là ước chung nhỏ nhất.

Bài tập 3. Tìm tất cả các ước của 64 và 124. Hỏi 64 và 124 có bao nhiêu ước chung và đâu là ước chung lớn nhất và đâu là ước chung nhỏ nhất.

Bài tập 4. Tìm các số nguyên a và b biết:

a. $(a - 7)(b + 3) = - 8$.

b. $(ab - 2)(b + 5) = 6$.

Bài tập 5. Tìm các số nguyên a và b biết:

a. $(a - 15)(b + 8) = - 9$.

b. $(ab - 1)(b + 7) = 8$.

Bài tập 6. Chứng minh rằng nếu hai số a, b là hai số nguyên khác 0, a là bội của b và b là bội của a thì:

$$a = b \text{ hoặc } a = -b.$$

Bài tập 7. Tìm giá trị $n \in \mathbf{Z}$ để biểu thức:

$$A = \frac{5n - 7}{n + 2}$$

nhận giá trị nguyên.

Bài tập 8. Tìm giá trị $n \in \mathbf{Z}$ để biểu thức:

$$A = \frac{8n - 9}{2n + 5}$$

nhận giá trị nguyên.

Bài tập 9. Tìm mọi $n \in Z$ sao cho:

$n^2 + 3n - 5$ là bội của $n - 2$.

Bài tập 10. Tìm mọi $n \in Z$ sao cho:

$n^2 + 9n + 7$ là bội của $n + 2$.

Bài tập 11. Tìm mọi $n \in Z$ sao cho:

$n^2 + 5n + 9$ là bội của $n + 3$.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1. Ta có:

$Ư(16) = \{\pm1 ; \pm2 ; \pm4 ; \pm8 ; \pm16\}$

$Ư(24) = \{\pm1 ; \pm2 ; \pm3 ; \pm4 ; \pm6 ; \pm8 ; \pm12 ; \pm24\}$.

Vậy, hai số 16 và 24 có 8 ước chung.

Trong đó:

ƯCLN(16, 24) = 8 và ƯCNN(16, 24) = - 8.

Bài tập 2. Ta có:

$Ư(18) = \{\pm1 ; \pm2 ; \pm3 ; \pm6 ; \pm18\}$

$Ư(32) = \{\pm1 ; \pm2 ; \pm4 ; \pm8 ; \pm16 ; \pm32\}$.

Vậy, hai số 18 và 32 có 4 ước chung.

Trong đó:

ƯCLN(18, 32) = 2 và ƯCNN(18, 32) = - 2.

Bài tập 3. Ta có:

$Ư(64) = \{\pm1 ; \pm2 ; \pm4 ; \pm8 ; \pm16; \pm32; \pm64\}$

$Ư(124) = \{\pm1 ; \pm2 ; \pm4 ; \pm31 ; \pm61; \pm124\}$

Vậy, hai số 64 và `24 có 6 ước chung.

Trong đó:

ƯCLN(64, 124) = 4 và ƯCNN(64, 124) = - 4.

Bài tập 4.

a. Ta có:

a - 7	b + 3	a	b
- 1	8	6	5
1	- 8	8	- 11
- 2	4	5	1
2	- 4	9	- 7
- 4	2	3	- 1
4	- 2	11	- 5
- 8	1	- 1	- 2
8	- 1	15	- 4

Vậy có 8 cặp (a, b) thoả mãn đề bài.

b. Ta có:

b + 5	ab - 2	b	ab	a
- 1	- 6	- 6	- 4	(loại)
1	6	- 4	8	- 2
- 2	- 3	- 7	- 1	(loại)
2	3	- 3	5	(loại)
- 3	- 2	- 8	0	0
3	2	- 2	4	- 2
- 6	- 1	- 11	1	(loại)
6	1	1	3	3

Vậy có 4 cặp (a, b) thoả mãn đề bài.

Bài tập 5.

a. Ta có:

a - 15	b + 8	a	b
- 1	9	14	1
1	- 9	16	- 17
- 3	3	12	- 5
3	- 3	18	- 11
- 9	1	6	- 7
9	- 1	24	- 9

Vậy có 6 cặp (a, b) thoả mãn đề bài.

b. Ta có:

b + 7	ab - 1	b	ab	a
- 1	- 8	- 8	- 7	(loại)
1	8	- 6	9	(loại)
- 2	- 4	- 9	- 3	(loại)
2	4	- 5	- 5	1
- 4	- 2	- 11	- 1	(loại)
4	2	- 3	3	- 1
- 8	- 1	- 15	0	0
8	1	1	- 2	- 2

Vậy, có 4 cặp (a, b) thoả mãn đề bài.

Bài tập 6.

Ta có:

- a là bội của b $\Rightarrow$ a = m.b với $m \in \mathbf{Z}$.
- b là bội của a $\Rightarrow$ b = n.a với $n \in \mathbf{Z}$.

Với b = n.a thay vào a = m.b, ta được:

$$a = m.(n.\ a) = m\ .\ n\ .\ a$$

Vì $a \neq o$ nên:

$$m\ .\ n = 1 \Rightarrow m = n = 1 \text{ hay } m = n = -1.$$

Vậy,

- Với m = n = 1 $\Rightarrow$ a = b.
- Với m = n = - 1 $\Rightarrow$ a = - b.

Bài tập 7.

Ta có:

$$A = \frac{5n - 7}{n + 2} = \frac{5(n + 2) - 17}{n + 2} = 5 - \frac{17}{n + 2}.$$

Để A nhận giá trị nguyên thì:

$5 - \dfrac{17}{n + 2}$ là số nguyên $\Rightarrow$ (n + 2) là ước của 17.

$\Rightarrow$ (n + 2) lần lượt nhận các giá trị ± 1, ± 17.

- Với n + 2 = - 1 $\Rightarrow$ n = - 3.
- Với n + 2 = 1 $\Rightarrow$ n = - 1.
- Với n + 2 = - 17 $\Rightarrow$ n = - 19.
- Với n + 2 = 17 $\Rightarrow$ n = 15.

Vậy, ta tìm được n = - 3, n = - 1, n = - 19, n = 15 thoả mãn điều kiện đầu bài.

Bài tập 8.

Ta có:

$$A = \frac{8n - 9}{2n + 5} = \frac{4(2n + 5) - 29}{2n + 5} = 4 - \frac{29}{2n + 5}.$$

Để A nhận giá trị nguyên thì:

$4 - \dfrac{29}{2n + 5}$ là số nguyên $\Rightarrow$ (2n + 5) là ước của 29.

$\Rightarrow$ (2n + 5) lần lượt nhận các giá trị ±1, ±29.

- Với 2n + 5 = - 1 $\Rightarrow$ n = - 3.
- Với 2n + 5 = 1 $\Rightarrow$ n = - 2.
- Với 2n + 5 = - 29 $\Rightarrow$ n = - 17.
- Với 2n + 5 = 29 $\Rightarrow$ n = 12.

Vậy, ta tìm được n = - 3, n = - 2, n = - 17, n = 12 thoả mãn điều kiện đầu bài.

Bài tập 9.

Ta có:

$n^2 + 3n - 5$ là bội của n - 2 $\Rightarrow (n^2 + 3n - 5) \vdots (n - 2)$.

Xét phép tính:

$$\frac{n^2 + 3n - 5}{n - 2} = \frac{n(n - 2) + 5(n - 2) + 5}{n - 2} = \frac{(n - 2)(n + 5) + 5}{n - 2}$$

$$= (n + 5) + \frac{5}{n - 2}.$$

Để $(n^2 + 3n - 5) \vdots (n - 2)$ thì:

$(n + 5) + \dfrac{5}{n - 2}$ là số nguyên $\Rightarrow$ (n - 2) là ước của 5.

$\Rightarrow$ (n - 2) lần lượt nhận các giá trị ±1, ±5.

- Với $n - 2 = -1 \Rightarrow n = 1$
- Với $n - 2 = 1 \Rightarrow n = 3$.
- Với $n - 2 = -5 \Rightarrow n = -3$.
- Với $n - 2 = 5 \Rightarrow n = 7$.

Vậy, ta tìm được $n = 1$, $n = 3$, $n = -3$, $n = 7$ thoả mãn điều kiện đầu bài.

Bài tập 10.

Ta có:

$n^2 + 9n + 7$ là bội của $n + 2 \Rightarrow (n^2 + 9n + 7) \vdots (n + 2)$.

Xét phép tính:

$$\frac{n^2 + 9n + 7}{n + 2} = \frac{n(n + 2) + 7(n + 2) - 7}{n + 2} = \frac{(n + 2)(n + 7) - 7}{n + 2}$$

$$= (n + 7) - \frac{7}{n + 2}.$$

Để $(n^2 + 9n + 7) \vdots (n + 2)$ thì:

$(n + 7) - \frac{7}{n + 2}$ là số nguyên $\Rightarrow (n + 2)$ là ước của 7.

$\Rightarrow (n + 2)$ lần lượt nhận các giá trị ± 1, ± 7.

- Với $n + 2 = -1 \Rightarrow n = -3$.
- Với $n + 2 = 1 \Rightarrow n = -1$.
- Với $n + 2 = -7 \Rightarrow n = -9$.
- Với $n + 2 = 7 \Rightarrow n = 5$.

Vậy, ta tìm được $n = -3$, $n = -1$, $n = -9$, $n = 5$ thoả mãn điều kiện đầu bài.

Bài tập 11.

Ta có:

$n^2 + 5n + 9$ là bội của $n + 3 \Rightarrow (n^2 + 5n + 9) \vdots (n + 3)$.

Xét phép tính:

$$\frac{n^2 + 5n + 9}{n + 3} = \frac{n(n + 3) + 2(n + 3) + 3}{n + 3} = \frac{(n + 2)(n + 3) + 37}{n + 3}$$

$$= (n + 2) + \frac{3}{n + 3}.$$

Để $(n^2 + 5n + 9) \vdots (n + 3)$ thì:

$$(n + 2) + \frac{3}{n + 3}$$ là số nguyên $\Rightarrow$ (n + 3) là ước của 3.

$\Rightarrow$ (n + 3) lần lượt nhận các giá trị ±1, ±3.

- Với n + 3 = - 1 $\Rightarrow$ n = - 4.
- Với n + 3 = 1 $\Rightarrow$ n = - 2.
- Với n + 3 = - 3 $\Rightarrow$ n = - 6.
- Với n + 3 = 3 $\Rightarrow$ n = 0.

Vậy, ta tìm được n = -4, n = - 2, n = - 6, n = 0 thoả mãn điều kiện đầu bài.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

Bài tập 1. Trên trục số cho hai điểm a và b với $a < 0 < b$.

a. Xác định các điểm $-a$ và $-b$ trên trục số.

b. Xác định các điểm $|a|$, $|b|$, $|-a|$, $|-b|$ trên trục số.

c. So sánh các số a, b, $|a|$, $|b|$, $|-a|$, $|-b|$ với 0.

Bài tập 2. Cho số nguyên a, so sánh a với $-a$, $-a$ với 0.

Bài tập 3. Sắp xếp dãy số sau theo thứ tự tăng dần.

$-24, 437, -632, 83, 74, -84, -731, 0, 79, 793.$

Bài tập 4. Tính tổng:

a. $(-83) - (-63) + 364.$

b. $(253 - 231) - 632 + 923.$

c. $555 - (-444) + 556 - 222.$

d. $736 - 276 + (-217) - 423.$

Bài tập 5. Liệt kê và tính tổng tất cả các số nguyên x thỏa mãn:

a. $-7 < x < 9.$

b. $-236 < x < 237.$

c. $-364 < x < 363.$

Bài tập 6. Tìm số nguyên a biết:

a. $|a| = 352.$

b. $|3a + 5| = 537.$

c. $15|2a - 17| = 225.$

Bài tập 7. Tìm tổng của một số nguyên âm nhỏ nhất có hai chữ số và một số nguyên dương lớn nhất có hai chữ số.

Bài tập 8. Tìm số nguyên x biết:

a. $2x - 137$ là một số nguyên dương nhỏ nhất.

b. $5x + 149$ là một số nguyên âm lớn nhất.

Bài tập 9. Tính

a. $(-6)(-17)(-8).$

b. $(-23 + 64)(73 - 59).$

c. $(-235 - 35) : 2.$

Bài tập 10. Tính

a. $(-8)^3(-6)^2$.

b. $9^2.25^2$.

Bài tập 11. Tìm số nguyên x biết:

a. $3 . x - 324 = 369$.

b. $(x - 3)^2(x - 5)^2 = 1$.

Bài tập 12. Với những giá trị ngyên nào của a thì:

$$a < 3a \ ; \ a > 5a \ ; \ a = 5a.$$

Bài tập 13. Cho tập hợp

$$A = \{-8, -4, 0, 5, 6, 8\}$$

a. Có bao nhiêu tổng a + b với a, b $\in$ A và a $\neq$ b. Trong các tổng đó có những tổng nào là bội của 2 ?

b. Có bao nhiêu hiệu a - b với a, b $\in$ A và a $\neq$ b. Trong các hiệu đó có những hiệu nào là bội của 3 ?

c. Có bao nhiêu tích a . b với a, b $\in$ A và a $\neq$ b. Trong các tích đó có những tích nào mang dấu âm ?

Bài tập 14. Tìm số nguyên n sao cho:

a. $(n - 8)$ chia hết cho $(n - 3)$.

b. $(2n + 5)$ chia hết cho $(n - 1)$.

c. $(n^2 + 7n - 8)$ chia hết cho $(n + 3)$.

d. $(n^2 + 5)$ chia hết cho $(n - 2)$.

Bài tập 15. Tìm số tự nhiên x. Biết rằng trong ba số 36, 45, x bất cứ số nào cũng là ước của tích hai số kia.

Phần 2

Hình học

CHƯƠNG I - ĐOẠN THẲNG

Mỗi *hình phẳng* là một tập hợp điểm của mặt phẳng. Trong chương này, chúng ta sẽ xem xét các kiến thức xung quanh:

1. **Điểm - Đường thẳng**
2. **Ba điểm thẳng hàng**
3. **Đường thẳng đi qua hai điểm**
4. **Tia**
5. **Đoạn thẳng**

CHỦ ĐỀ 1

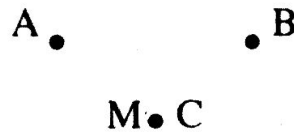
ĐIỂM - ĐƯỜNG THẲNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. ĐIỂM

Dấu chấm nhỏ trên trang giấy là hình ảnh của điểm.

Người ta dừng các chữ cái in hoa A, B, C, ... để đặt tên cho điểm.



Theo hình bên, ta có:

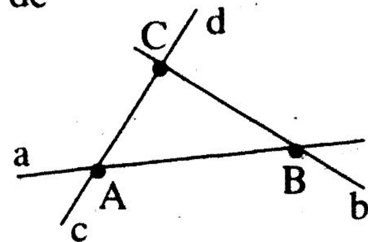
- Ba điểm A, B, C phân biệt.
- Hai điểm C và M trùng nhau (kí hiệu C ≡ M).

Chú ý:
1. Từ nay, khi nói 2 điểm mà không giải tích gì thêm, ta hiểu đó là hai điểm phân biệt.
2. Với những điểm, ta xây dựng các *hình*. *Bất cứ hình nào cũng là một tập hợp các điểm*. Một điểm cũng là một hình.

2. ĐƯỜNG THẲNG

Ta dùng vạch thẳng để biểu diễn một đường thẳng.

Người ta dùng các chữ cái thường a, b, c, d ... để đặt tên cho đường thẳng.



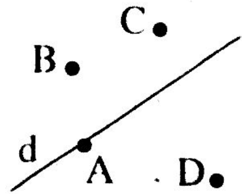
Theo hình bên, ta có:

- Ba đường thẳng a, b, c phân biệt.
- Các đường thẳng a, b, c đôi một cắt nhau.
- Hai đường thẳng c và d trùng nhau (kí hiệu c ≡ d).

Nhận xét:
1. Đường thẳng không bị giới hạn về hai phía.
2. Ta có thể kẻ được vô số đường thẳng đi qua một điểm cho trước.

3. ĐIỂM THUỘC ĐƯỜNG THẲNG - ĐIỂM KHÔNG THUỘC ĐƯỜNG THẲNG

Theo hình bên, ta nói:



- Điểm A thuộc đường thẳng d, kí hiệu $A \in d$.

  Khi đó ta còn có thể nói " *Điểm A nằm trên đường thẳng d* " hoặc " *Đường thẳng d đi qua điểm A* " hoặc " *Đường thẳng d chứa điểm A* ".

- Điểm B không thuộc đường thẳng d, kí hiệu $B \notin d$.

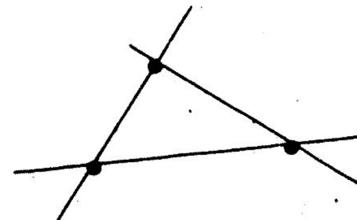
  Khi đó ta còn có thể nói " *Điểm B nằm ngoài đường thẳng d* " hoặc " *Đường thẳng d không đi qua điểm B* " hoặc " *Đường thẳng d không chứa điểm B* ".

Chú ý: Cũng từ hình vẽ ta nhận thấy:

1. Hai điểm B và C được gọi là " *nằm về cùng một phía với đường thẳng d* ".
2. Hai điểm B và D được gọi là " *nằm về hai phía với đường thẳng d* ".

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Dùng các chữ cái A, B, C và a, b, c đặt tên cho các điểm và các đường thẳng trong hình dưới rồi trả lời các câu hỏi sau:



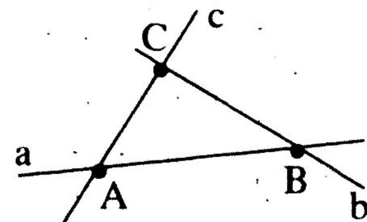
a. Điểm A thuộc những đường thẳng nào ?

b. Điểm B nằm trên đường thẳng nào và không nằm trên đường thẳng nào ?

c. Những đường thẳng nào đi qua điểm C ? Những đường thẳng nào không đi qua điểm C ?

Giải

Ta sử dụng các chữ cái A, B, C và a, b, c đặt tên cho các điểm và các đường thẳng như trong hình bên.



a. Ta nhận thấy ngay:

$A \in a$ và $A \in c$.

b. Ta nhận thấy ngay:

$B \in b$, $B \in a$ và $B \notin c$.

c. Ta nhận thấy ngay:

$C \in c$, $C \in b$ và $C \notin a$.

Ví dụ 2: Cần bao nhiêu điểm để có thể kẻ được một đường thẳng ?

Giải

Ta chỉ cần hai điểm phân biệt A, B là có thể kẻ được một đường thẳng, thật vậy:

- Đặt thước thẳng đi qua hai điểm A và B.
- Dùng bút kẻ theo cạnh thước.



Khi đó ta nhận được một đường thẳng.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Điểm là gì ? Người ta thường sử dụng gì để kí hiệu điểm ?

Câu hỏi 2: Việc xây dựng các hình có phải dựa trên điểm không ?

Câu hỏi 3: Một điểm có phải là một hình không ?

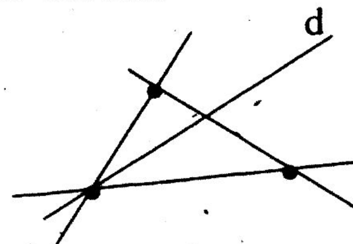
Câu hỏi 4: Người ta sử dụng công cụ gì để biểu diễn một đường thẳng ? Người ta thường sử dụng gì để kí hiệu đường thẳng ?

Câu hỏi 5: Đường thẳng có bị giới hạn về hai phía không ?

Câu hỏi 6: Hãy nêu một số hình ảnh của đường thẳng trong thực tế.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Dùng các chữ cái A, B, C và a, b, c đặt tên cho các điểm và các đường thẳng trong hình dưới rồi trả lời các câu hỏi sau:



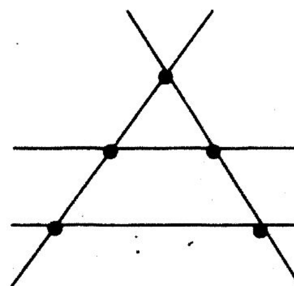
a. Điểm A thuộc những đường thẳng nào ?

b. Điểm B nằm trên đường thẳng nào và không nằm trên đường thẳng nào ?

c. Những đường thẳng nào đi qua điểm C ? Những đường thẳng nào không đi qua điểm C ?

d. Hai điểm nào khác phía với đường thẳng d.

Bài tập 2. Dùng các chữ cái A, B, C, D, E và a, b, c, d đặt tên cho các điểm và các đường thẳng trong hình dưới rồi trả lời các câu hỏi sau:



a. Điểm A thuộc những đường thẳng nào ?

b. Điểm B nằm trên đường thẳng nào và không nằm trên đường thẳng nào ?

c. Những đường thẳng nào đi qua điểm C ? Những đường thẳng nào không đi qua điểm C ?

d. Hai điểm nào cùng phía với đường thẳng a.

e. Hai điểm nào cùng phía với đường thẳng c.

Bài tập 3. Vẽ hình theo cách diễn đạt sau:

a. Điểm A nằm trên đường thẳng a.

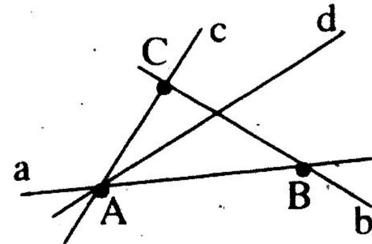
b. Hai điểm B và C nằm ngoài đường thẳng a và cùng phía so với a.

c. Hai điểm M và N nằm ngoài đường thẳng a và khác phía so với a.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

Ta sử dụng các chữ cái A, B, C và a, b, c đặt tên cho các điểm và các đường thẳng như trong hình bên.



a. Ta nhận thấy ngay:

$A \in a$, $A \in c$ và $A \in d$.

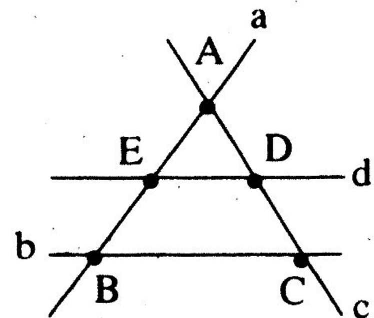
b. Ta nhận thấy ngay:

$B \in b$, $B \in a$ và $B \notin c$, $B \notin d$.

c. Ta nhận thấy ngay:

$C \in c$, $C \in b$ và $C \notin a$, $C \notin d$.

Bài tập 2.



a. Điểm A thuộc đường thẳng a và c.

b. Điểm B nằm trên đường thẳng b và a.

Điểm B không nằm trên đường thẳng c và d.

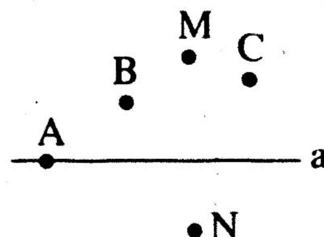
c. Các đường thẳng b và c đi qua điểm C.

Các đường thẳng a và d không đi qua điểm C.

d. Hai điểm C và D cùng phía với đường thẳng a.

e. Hai điểm B và E cùng phía với đường thẳng c.

Bài tập 3. Ta có hình vẽ sau:



CHỦ ĐỀ 2

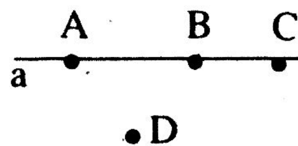
BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

Theo hình bên, ta thấy:

- Ba điểm A, B, C cùng thuộc đường thẳng a, khi đó ta nói " *Ba điểm A, B, C thẳng hàng* ".
- Ba điểm A, B, D không cùng thuộc đường thẳng a, khi đó ta nói " *Ba điểm A, B, C không thẳng hàng* ".



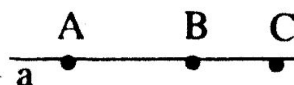
Từ đó, ta có được định nghĩa:

> 1. *Ba điểm cùng thuộc một đường thẳng gọi là* ***ba điểm thẳng hàng***.
> 2. *Ba điểm không cùng thuộc bất kì đường thẳng gọi là* ***ba điểm không thẳng hàng***.

2. QUAN HỆ GIỮA BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

Với ba điểm A, B, C thẳng hàng được minh hoạ bởi hình bên, ta thấy:

- Hai điểm A, B nằm cùng phía đối với điểm C.
- Hai điểm B, C nằm cùng phía đối với điểm A.
- Hai điểm A, C nằm khác phía đối với điểm B.
- Điểm B nằm giữa hai điểm A và C.



Từ đó, ta có nhận xét:

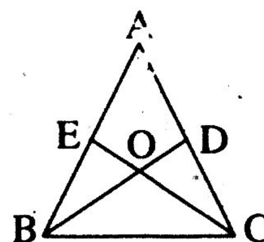
> *Trong ba điểm thẳng hàng, có một và chỉ một điểm nằm giữa hai điểm còn lại.*

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

<u>**Ví dụ 1:**</u> Xem hình vẽ bên và gọi tên:

a. Tất cả các bộ ba điểm thẳng hàng và đọc tên điểm nằm giữa hai điểm.

b. Hai bộ ba điểm không thẳng hàng.



Giải

Theo hình vẽ ta nhận thấy ngay:

a. Các bộ ba điểm thẳng hàng, gồm có:

A, E, B và ở đây E nằm giữa A và B.

A, D, C và ở đây D nằm giữa A và C.

B, O, D và ở đây O nằm giữa B và D.

C, O, E và ở đây O nằm giữa C và E.

b. Hai bộ ba điểm không thẳng hàng, được lấy:

(A, B, C), (A, B, O).

Ví dụ 2: Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng.

a. Có bao nhiêu trường hợp vẽ hình ?

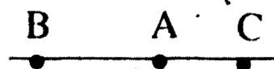
b. Trình bày cách vẽ ba điểm không thẳng hàng ?

Giải

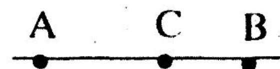
a. Với ba điểm thẳng hàng A, B, C, ta có:

- Ba trường hợp ứng với ba điểm nằm giiữa.
- Ứng với mỗi điểm nằm giữa, ta có được hai hình vẽ khi hoán vị hai điểm ở hai bên.

Vậy, ta nhận được 3.2 = 6 trường hợp vẽ hình như sau:







C A B

C B A

B C A

A nằm giữa

B nằm giữa

C nằm giữa

b. Để vẽ ba điểm A, B, C không thẳng hàng, ta thực hiện như sau:

- Vạch một đường thẳng d bất kì.
- Trên d lấy hai điểm A, B.
- Lấy điểm C nằm ngoài d.

Khi đó ta nhận được ba điểm A, B, C không thẳng hàng

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

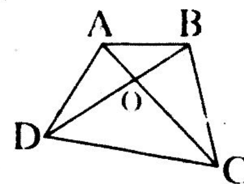
Câu hỏi 1: Thế nào là ba điểm thẳng hàng ? Trình bày cách vẽ hình minh hoạ ba điểm A,B, C thẳng hàng.

Câu hỏi 2: Thế nào là ba điểm không thẳng hàng ? Trình bày cách vẽ hình minh hoạ ba điểm A,B, C không thẳng hàng.

Câu hỏi 3: Phát biểu mối quan hệ giữa ba điểm thẳng hàng.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

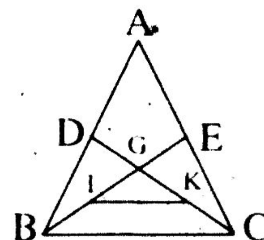
Bài tập 1. Xem hình vẽ bên và gọi tên:



a. Tất cả các bộ ba điểm thẳng hàng và đọc tên điểm nằm giữa hai điểm.

b. Tất cả các bộ ba điểm không thẳng hàng.

Bài tập 2. Xem hình vẽ bên và gọi tên:



a. Tất cả các bộ ba điểm thẳng hàng và đọc tên điểm nằm giữa hai điểm.

b. Tất cả các bộ ba điểm không thẳng hàng.

c. Các bộ bốn điểm thẳng hàng.

Bài tập 3. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Vẽ hình theo cách diễn đạt sau:

a. Hai điểm A, B nằm cùng phía đối với điểm C.

b. Điểm A nằm giữa hai điểm B và C.

c. Hai điểm A, B nằm khác phía đối với điểm C.

Bài tập 4.

a. Cho bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng thì có mấy trường hợp vẽ hình ?

b. Cho bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng thì có mấy trường hợp vẽ hình ?

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1. Theo hình vẽ ta nhận thấy ngay:

a. Các bộ ba điểm thẳng hàng, gồm có:

A, O, C và ở đây O nằm giữa A và C.

B, O, D và ở đây O nằm giữa B và D.

b. Hai bộ ba điểm không thẳng hàng, được lấy:

(A, B, C), (A, B, D), (A, B, O).

(A, D, O), (A, D, C).

(B, C, D), (B, C, O).

Bài tập 2.

a. Các bộ ba điểm thẳng hàng, gồm có:

A, D, B, trong đó điểm D nằm giữa.

A, E, C, trong đó điểm E nằm giữa.

B, I, G trong đó điểm I nằm giữa.

B, I, E trong đó điểm I nằm giữa.

B, G, E trong đó điểm G nằm giữa.

I, G, E trong đó điểm G nằm giữa.

C, K, G trong đó điểm K nằm giữa.

C, K, D trong đó điểm K nằm giữa.

C, G, D trong đó điểm G nằm giữa.

K, G, D trong đó điểm G nằm giữa.

b. Các bộ ba điểm không thẳng hàng, bao gồm:

(A, D, E), (A, D, G), (A, D, I), (A, D, K), (A, D, C),

(A, B, C), (A, B, I), (A, B, G), (A, B, E), (A, B, K),

(A, I, G), (A, I, K), (A, I, E), (A, I, C),

(A, G, K), (A, G, E), (A, G, C),

(A, K, E), (A, K, C).

c. Các bộ bốn điểm thẳng hàng, bao gồm:

B, I, G, E và C, K, G, D.

CHỦ ĐỀ 3

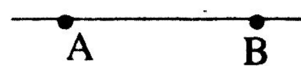
ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA HAI ĐIỂM

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. VẼ ĐƯỜNG THẲNG – TÊN ĐƯỜNG THẲNG

Trong chủ đề 1 chúng ta đã biết cách vẽ đường thẳng đi qua hai điểm A và B, như sau:

- Đặt thước thẳng đi qua hai điểm A và B.
- Dùng bút vạch theo cạnh thước.



Khi đó ta nhận được một đường thẳng đi qua hai điểm A và B. Và trong trường hợp này ta có cách gọi tên khác cho đường thẳng là AB hoặc BA.

Một câu hỏi được đặt ra ở đây là:

" *Có bao nhiêu đường thẳng đi qua hai điểm A và B* ".

Câu trả lời ở trong nhận xét sau:

Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm A và B.

Và cũng chính nhờ nhận xét này mà người ta không nói " *Hai điểm thẳng hàng* ".

2. HAI ĐƯỜNG THẲNG TRÙNG NHAU, CẮT NHAU, SONG SONG VỚI NHAU

Ta biết rằng:

" *Có duy nhất một đường thẳng đi qua hai điểm A, B và có thể được đặt tên là AB hoặc BA* ",

từ đó, suy ra ngay:

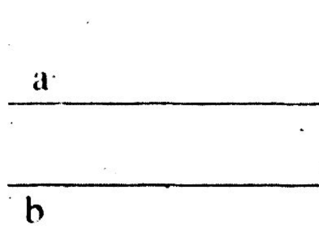
" *Hai đường thẳng AB và BA là trùng nhau* ".

Vậy, ta có kết quả:

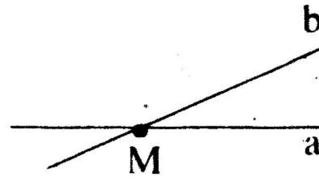
Nếu hai đường thẳng có ít nhất hai điểm chung thì chúng trùng nhau.

Trong trường hợp hai đường thẳng không trùng nhau còn được gọi là *hai đường thẳng phân biệt*.

Như vậy, với hai đường thẳng phân biệt a và b chỉ xảy ra một trong hai trường hợp:



Trường hợp 1



Trường hợp 2

Trường hợp 1: Chúng không có điểm chung, khi đó ta nói " *a và b song song với nhau* ", kí hiệu a // b.

Trường hợp 2: Chúng có điểm chung duy nhất M, khi đó ta nói " *a và b cắt với nhau tại M* ", kí hiệu $a \cap b = \{M\}$.

Chú ý: Từ nay, khi nói 2 đường thẳng mà không giải tích gì thêm, ta hiểu đó là hai đường thẳng phân biệt.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm.

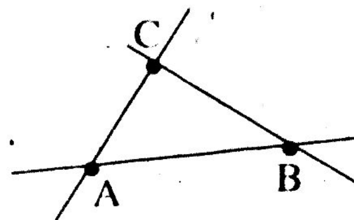
a. Kẻ được bao nhiêu đường thẳng ? Viết tên các đường thẳng đó.

b. Viết tên giao điểm của từng cặp đường thẳng.

Giải

a. Vì qua hai điểm chỉ kẻ được một đường thẳng, do đó với ba điểm A, B, C không thẳng hàng ta kẻ được ba đường thẳng là:

AB, BC, AC.



b. Ta có ngay:

$AB \cap AC = \{A\}$.

$AB \cap BC = \{B\}$.

$AC \cap BC = \{C\}$.

Chú ý: Các em học sinh hãy cho biết " *Qua n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng sẽ kẻ được bao nhiêu đường thẳng ?* ".

Ví dụ 2: Cho ba đường thẳng. Vẽ hình trong các trường hợp:

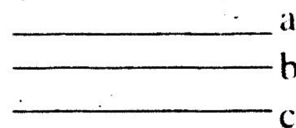
a. Chúng không có giao điểm nào.

b. Chúng có 1 giao điểm.

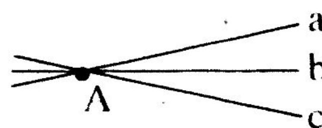
c. Chúng có 3 giao điểm.

Giải

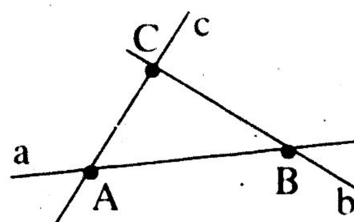
a. Nếu ba đường thẳng a, b, c không có giao điểm nào, tức là *chúng đôi một song song với nhau.*



b. Nếu ba đường thẳng a, b, c có 1 giao điểm (giả sử là A) thì chúng sẽ cùng xuất phát tại A, khi đó ta nói *a, b, c đồng quy tại A.*



c. Nếu ba đường thẳng a, b, c có 3 giao điểm (giả sử là A, B, C) thì chúng sẽ phải *đôi một cắt nhau.*



III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Hãy nói cách vẽ đường thẳng đi qua hai điểm A và B.

Câu hỏi 2: Có bao nhiêu đường thẳng đi qua hai điểm A và B ? Khi đó, đường thẳng có thể được gọi tên là gì ?

Câu hỏi 3: Nếu đường thẳng chứa ba điểm A, B, C thì có bao nhiêu cách gọi tên ?

Câu hỏi 4: Thế nào là hai đường thẳng trùng nhau ?

Câu hỏi 5: Thế nào là hai đường thẳng phân biệt ?

Câu hỏi 6: Thế nào là hai đường thẳng song song với nhau ?

Câu hỏi 7: Thế nào là hai đường thẳng cắt nhau ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1.

a. Tại sao không nói " *Hai điểm thẳng hàng* " ?

b. Cho ba điểm A, B, C trên trang giấy và một thước thẳng. Phải kiểm tra như thế nào để biết ba điểm đó có thẳng hàng hay không ?

Bài tập 2. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng.

a. Viết tên đường thẳng đó bằng các cách có thể.

b. Tại sao nói các đường thẳng đó trùng nhau.

Bài tập 3. Cho bốn điểm A, B, C, D trong đó ba điểm A, B, C thẳng hàng và điểm D nằm ngoài đường thẳng trên. Kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm.

a. Kẻ được bao nhiêu đường thẳng ?

b. Viết tên các đường thẳng đó.

c. Viết tên giao điểm của từng cặp đường thẳng.

Bài tập 4. Cho bốn điểm A, B. C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm.

a. Kẻ được bao nhiêu đường thẳng ?

b Viết tên các đường thẳng đó.

c. Viết tên giao điểm của từng cặp đường thẳng.

Bài tập 5. Cho bốn đường thẳng. Vẽ hình trong các trường hợp:

a. Chúng không có giao điểm nào.

b. Chúng có 1 giao điểm.

c. Chúng có 4 giao điểm.

d. Chúng có 6 giao điểm.

Bài tập 6. Cho năm đường thẳng. Vẽ hình trong các trường hợp:

a. Chúng không có giao điểm nào.

b. Chúng có 1 giao điểm.

c. Chúng có 10 giao điểm.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Vì " Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm A và B ".

b. Đặt thước thẳng đi qua hai trong ba điểm A, B, C (giả sử đi qua A và B). Khi đó:

- Nếu C thuộc thước thì ba điểm A, B, C thẳng hàng.
- Trái lại, ta kết luận ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Bài tập 2.

a. Ta có thể sử dụng các tên AB, BA, AC, CA, BC, CB.

b. Các đường thẳng đó trùng nhau vì ta có kết quả " *Nếu hai đường thẳng có ít nhất hai điểm chung thì chúng trùng nhau* ".

Bài tập 3.

a. Ta có 4 đường thẳng.

b. Tên của các đường thẳng là DA, DB, DC, AB.

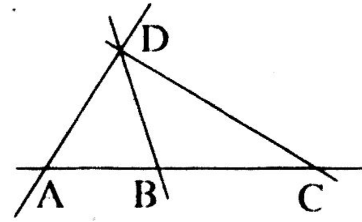
c. Ta có:

$AB \cap DA = \{A\}$.

$AB \cap DB = \{B\}$.

$AB \cap DC = \{C\}$.

DA, DB, DC đồng quy tại D.



Bài tập 4.

a. Ta có 6 đường thẳng.

b. Tên của các đường thẳng là DA, DB, DC, CA, CB, BA.

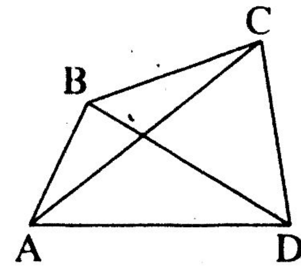
c. Ta có:

$AB \cap DA = \{A\}$, $AB \cap CA = \{A\}$.

$AB \cap DB = \{B\}$, $AB \cap CB = \{B\}$.

$CD \cap CA = \{C\}$, $CD \cap CB = \{C\}$.

$CD \cap DA = \{D\}$, $CD \cap BD = \{D\}$.



CHỦ ĐỀ 4

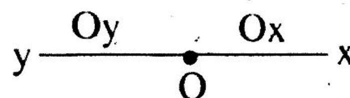
TIA

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. TIA

Trên đường thẳng xy lấy điểm O bất kì, khi đó:

- Điểm O chia đường thẳng xy thành hai phần riêng biệt là Ox và Oy.
- Ox không bị giới hạn về phía x và Oy không bị giới hạn về phía y.



Ta gọi Ox, Oy là các tia.

Từ đó ta có định nghĩa:

> *Hình gồm điểm O và một phần đường thẳng bị chia ra bởi điểm O được gọi là tia gốc O (còn được gọi là nửa đường thẳng gốc O).*

Chú ý:
1. Khi đọc (hay viết) tên một tia, phải đọc (hay viết) tên gốc trước.
2. Ta dùng một vạch thẳng để biểu diễn một tia, khi đó gốc tia được vẽ rõ.

2. HAI TIA ĐỐI NHAU

Ta có định nghĩa:

> *Hai tia chung gốc Ox và Oy tạo thành đường thẳng xy được gọi là hai tia đối nhau.*

Như vậy, từ định nghĩa ta thấy rằng:

" *Hai tia được gọi là đối nhau khi và chỉ khi*:

$\begin{cases}\text{Chúng có chung gốc}\\ \text{Chúng tạo thành dường thẳng}\end{cases}$ ".

Nhận xét: Mỗi điểm trên đường thẳng là gốc chung của hai tia đối nhau.

3. HAI TIA TRÙNG NHAU

Ta định nghĩa hai tia trùng nhau thông qua việc:

- Vẽ tia Ax.
- Lấy điểm B trên tia Ax.



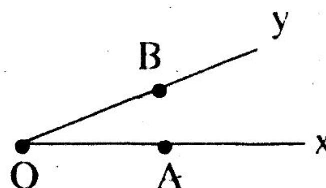
Khi đó ta nói tia Ax và tia AB là *hai tia trùng nhau*.

Chú ý: 1. Hai tia không trùng nhau còn được gọi là *hai tia phân biệt*.

2. Từ nay, khi nói 2 tia mà không giải thích gì thêm, ta hiểu đó là hai tia phân biệt.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Cho hình vẽ bên.



a. Hãy chỉ ra hai tia trùng nhau.

b. Hãy chỉ ra hai tia đối nhau.

c. Tại sao hai tia chung gốc Ox và Oy không đối nhau ?

Giải

Theo hình vẽ ta nhận thấy ngay:

a. Hai tia trùng nhau, gồm có:

OA và Ox,

OB và Oy.

b. Hai tia đối nhau, gồm có:

Ax và AO,

By và BO.

c. Hai tia chung gốc Ox và Oy không đối nhau bởi chúng không tạo thành đường thẳng xy.

Ví dụ 2: Vẽ hai tia chung gốc Ox và Oy. Trên Ox lấy điểm A và trên Oy lấy điểm B. Hãy xét vị trí tương đối của ba điểm A, B, O.

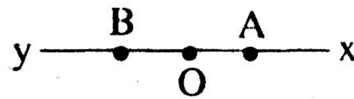
Giải

Nhận xét rằng với hai tia chung gốc Ox và Oy, có thể xảy ra các trường hợp:

1. Là hai tia đối nhau.
2. Là hai tia trùng nhau.
3. Là hai tia phân biệt.

Do đó, để xét vị trí tương đối của ba điểm A, B, O ta xét ba trường hợp:

Trường hợp 1: Ox và Oy là hai tia đối nhau.



Khi đó, A, O, B thẳng hàng theo thứ tự đó.

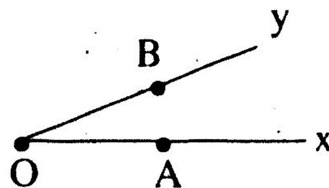
Trường hợp 2: Ox và Oy là hai tia trùng nhau.



Khi đó, A, O, B thẳng hàng và có thể:

- A nằm giữa O và B.
- B nằm giữa O và A.

Trường hợp 3: Ox và Oy là hai tia phân biệt.



Khi đó, A, O, B không thẳng hàng.

Nhận xét: Rất nhiều em học sinh khi thực hiện ví dụ trên chỉ đưa ra được một trong ba trường hợp. Để tránh gặp phải những sai lầm kiểu này trong những bài toán khác cần đọc thật kĩ cách phân tích trong ví dụ.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu định nghĩa tia. Người ta dùng công cụ gì để biểu diễn một tia.

Câu hỏi 2: Nêu quy tắc khi đọc (hay viết) tên một tia.

Câu hỏi 3: Phát biểu định nghĩa hai tia đối nhau. Từ một đường thẳng có thể tạo được bao nhiêu tia đối nhau ?

Câu hỏi 4: Phát biểu định nghĩa hai tia trùng nhau. Từ tia Ox có thể tạo được bao nhiêu tia trùng với nó ?

Câu hỏi 5: Thế nào là hai tia phân biệt ?

Câu hỏi 6: Hai tia chung gốc Ox và Oy có thể xảy ra những trường hợp nào ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Cho hai tia đối nhau Ox và Oy. Lấy các điểm A, M trên tia Ox và lấy các điểm B, N trên tia Oy.

a. Trong ba điểm A, B, O thì điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

b. Trong ba điểm A, N, O thì điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

c. Trong ba điểm B, M, O thì điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

d. Trong ba điểm M, N, O thì điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ?

Bài tập 2. Cho hình vẽ bên.



a. Hãy chỉ ra hai tia trùng nhau.

b. Hãy chỉ ra hai tia đối nhau.

c. Tại sao hai tia Ay và Bx không đối nhau ?

Bài tập 3. Cho hình vẽ bên.

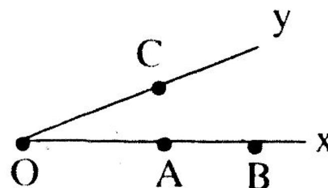


a. Hãy chỉ ra hai tia trùng nhau.

b. Hãy chỉ ra hai tia đối nhau.

c. Tại sao hai tia AB và BC không trùng nhau ?

Bài tập 4. Cho hình vẽ bên.



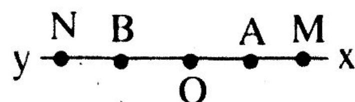
a. Hãy chỉ ra hai tia trùng nhau.

b. Hãy chỉ ra hai tia đối nhau.

c. Tại sao hai tia chung gốc OA và OC không đối nhau ?

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1. Dựa vào hình vẽ bên.



a. Trong ba điểm A, B, O thì điểm O nằm giữa.

b. Trong ba điểm A, N, O thì điểm O nằm giữa.

c. Trong ba điểm B, M, O thì điểm O nằm giữa.

d. Trong ba điểm M, N, O thì điểm O nằm giữa.

Bài tập 2. Dựa vào hình vẽ, ta được:



a. Hai tia trùng nhau, bao gồm:

Ax và AB

By và BA.

b. Hai tia đối nhau, bao gồm:

Ax và Ay

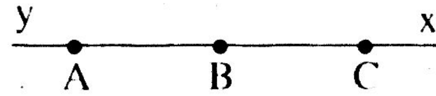
AB và Ay

By và Bx

BA và Bx

c. Hai tia Ay và Bx không đối nhau vì chúng không chung gốc.

Bài tập 3. Dựa vào hình vẽ, ta được:



a. Hai tia trùng nhau, bao gồm:

Ax, AB và AC.

Bx và BC.

Cy, CB và CA.

By và BA.

b. Hai tia đối nhau, bao gồm:

Ax và Ay, AB và Ay, AC và Ay

Bx và By, BC và By

Cy và Cx, CB và Cx, CA và Cx.

By và Bx, BA và Bx.

c. Hai tia AB và BC không trùng nhau vì chúng không chung gốc.

CHỦ ĐỀ 5 ĐOẠN THẲNG

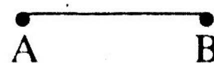
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. ĐOẠN THẲNG

Ta có định nghĩa:

> ***Đoạn thẳng*** *AB là hình gồm điểm A, điểm B và tất cả các điểm nằm giữa A và B.*

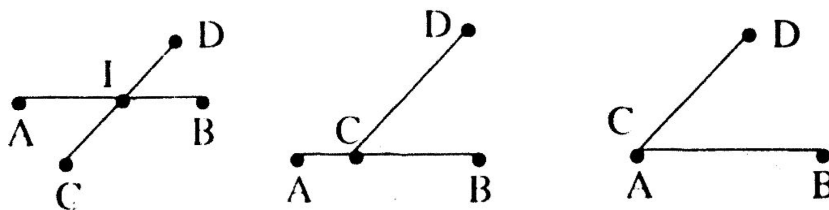
Như vậy, từ định nghĩa ta thấy:



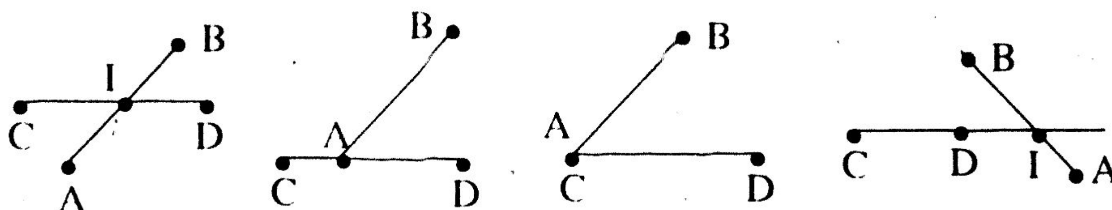
- Đoạn thẳng AB còn gọi là đoạn thẳng BA.
- Hai điểm A, B là hai *mút* (hoặc hai *đầu*) của đoạn thẳng AB.

2. ĐOẠN THẲNG CẮT ĐOẠN THẲNG, CẮT TIA, CẮT ĐƯỜNG THẲNG

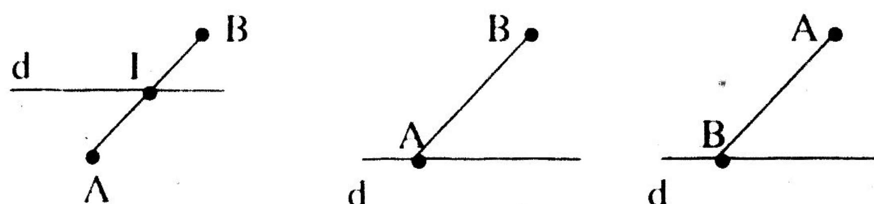
Hai đoạn thẳng AB và CD cắt nhau, được minh hoạ bởi các hình điển hình sau:



Đoạn thẳng AB cắt tia CD, được minh hoạ bởi các hình sau:



Đoạn thẳng AB cắt đường thẳng d, được minh hoạ bởi các hình sau:



3. ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG

Để đo đoạn thẳng AB người ta dùng thước có chia khoảng.

Ta có nhận xét:

> *Mỗi đoạn thẳng có một độ dài. Độ dài đoạn thẳng là một số dương.*

Từ đó ta có:

- Hai đoạn thẳng AB và CD có *cùng độ dài* được gọi là *bằng nhau*, kí hiệu:

  AB = CD.

  A ———— B
  C ———— D

- Đoạn thẳng AB *dài hơn* đoạn thẳng CD được gọi là AB *lớn hơn* CD, kí hiệu:

  AB > CD.

  A ———— B
  C —— D

- Đoạn thẳng AB *ngắn hơn* đoạn thẳng CD được gọi là AB *nhỏ hơn* CD, kí hiệu:

  AB < CD.

  A —— B
  C ———— D

4. KHI NÀO THÌ AM + MB = AB ?

Ta có kết quả:

> *Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B thì AM + MB = AB. Ngược lại, nếu AM + MB = AB thì điểm M nằm giữa hai điểm A và B.*

Từ kết quả trên chúng ta thấy:

1. Ba điểm A, M, B thẳng hàng theo thứ tự đó

   ⇔ AM + MB = AB.

2. Với ba điểm thẳng hàng, ta có thể tính độ dài đoạn thẳng còn lại khi biết độ dài hai đoạn thẳng.

<u>Thí dụ 1:</u> Cho M là điểm nằm giữa A và B, biết AM = 8cm, AB= 14cm. Tính MB.

Giải

Vì M là điểm nằm giữa A và B nên:



AM + MB = AB

⇔ MB = AB — AM = 14 — 8 = 6cm.

Vậy, ta được MB = 6cm.

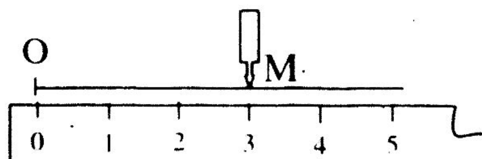
5. VẼ ĐOẠN THẲNG BIẾT ĐỘ DÀI

> ***Bài toán 1***: Trên tia Ox, hãy vẽ đoạn thẳng OM có độ dài bằng 3cm.

Cách vẽ

Chúng ta thực hiện theo các bước:

Bước 1: Đặt cạnh của thước nằm trên tia Ox sao cho vạch số 0 của thức trùng với gốc O của tia.



Bước 2: Vạch số 3cm của thước sẽ cho ta điểm M.

Đoạn thẳng OM là đoạn thẳng phải vẽ.

Nhận xét: Trên tia Ox bao giờ cũng vẽ được một và chỉ một điểm M sao cho OM = *l*(đơn vị độ dài).

> ***Bài toán 2***: Cho đoạn thẳng AB. Hãy vẽ đoạn thẳng CD sao cho CD = AB.

Cách vẽ

Chúng ta thực hiện theo các bước:

Bước 1: Vẽ tia Cx bất kì, khi đó để có được đoạn thẳng CD ta chỉ cần đi xác định mút D.

Bước 2: Trở lại bài toán 1 với " *Trên tia Cx, hãy vẽ đoạn thẳng CD có độ dài bằng độ dài đoạn AB* ".

6. TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG

Ta có định nghĩa:

> ***Trung điểm M*** *của đoạn thẳng AB là điểm nằm giữa A, B và cách đều A, B (MA = MB).*

Như vậy, điểm M muốn là trung điểm của đoạn thẳng AB cần có:

$$\begin{cases} \text{M nằm giữa A, B} \\ AM = MB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AM + MB = AB \\ AM = MB \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AM + AM = AB \\ AM = MB \end{cases} \Leftrightarrow AM = MB = \frac{AB}{2}.$$

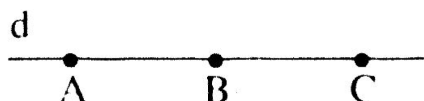
Chú ý: Trung điểm M của đoạn thẳng AB còn được gọi là điểm chính giữa của đoạn thẳng AB.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HOẠ

Ví dụ 1: Trên đường thẳng d lấy ba điểm A, B, C. Hỏi có mấy đoạn thẳng tất cả. Hãy gọi tên các đoạn thẳng đó ?

Giải

Trên đó ta có ba đoạn thẳng với tên là:

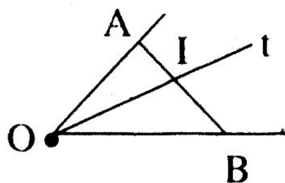


AB (hoặc BA).

BC (hoặc CB).

AC (hoặc CA).

Ví dụ 2: Hãy viết đầu đề của bài tập ứng với hình vẽ sau:



Giải

Với hình vẽ của giả thiết ta có thể phát biểu các đầu bài như sau:

Đề 1: Vẽ ba tia chung gốc OA, OB, Ot, sao cho đoạn AB cắt tia Ot tại I.

Đề 2: Vẽ ba tia chung gốc IA, IB, It, sao cho hai tia IA và IB đối nhau, trên tia đối của tia It lấy điểm O rồi vẽ hai tia OA và tia OB.

Đề 3: Vẽ ba tia chung gốc IA, IB, IO, sao cho hai tia IA và IB đối nhau , vẽ tia It là tia đối của tia IO.

Đề 4: Vẽ hai tia chung gốc OA, OB. Lấy điểm I nằm giữa A và B, dựng tia Ot đi qua I.

Đề 5: Vẽ hai tia chung gốc OA, Ot. Trên tia AI lấy điểm B sao cho I nằm giữa A và B, dựng tia OB.

Đề 6: Vẽ hai tia chung gốc OB, Ot. Trên tia BI lấy điểm A sao cho I nằm giữa A và B, dựng tia OA.

Đề 7: Vẽ tia Ot, trên Ot lấy điểm I, vẽ hai tia đối IA và IB, dựng các tia OA và OB.

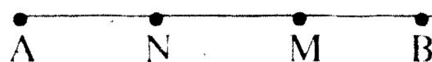
Đề 8: Cho ba điểm O, A, B không thẳng hàng. Vẽ hai tia OA và OB rồi dựng tia Ot cắt đoạn thẳng AB tại điểm I.

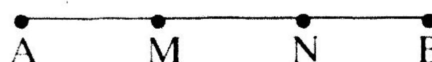
...

Ví dụ 3: Gọi M và N là hai điểm nằm giữa hai mút đoạn thẳng AB Biết AN = BM. So sánh AM và BN.

Giải

Ta thấy ngay sẽ có hai trường hợp hình vẽ:





Hình a Hình b

- Với hình a, ta có:

$$AM = AN + NM = BM + NM = BN.$$

- Với hình b, ta có:

$$AM = AN - NM = BM - NM = BN.$$

Vậy, ta luôn có AM = BN.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu định nghĩa đoạn thẳng MN.

Câu hỏi 2: Hai đoạn thẳng AB và CD cắt nhau sẽ có bao nhiêu trường hợp hình.

Câu hỏi 3: Đoạn thẳng AB cắt tia Ox sẽ có bao nhiêu trường hợp hình.

Câu hỏi 4: Đoạn thẳng AB cắt đường thẳng d sẽ có bao nhiêu trường hợp hình.

Câu hỏi 5: Độ dài đoạn thẳng là gì ? Nêu tính chất của độ dài.

Câu hỏi 6: Các kí hiệu AB = CD, AB > CD, AB < CD được gọi là gì ?

Câu hỏi 7: Khi nào thì AM + MB = AB ?

Câu hỏi 8: Nêu các bước thực hiện bài toán " *Trên tia Ox, hãy vẽ đoạn thẳng OM có độ dài bằng 3cm* ".

Câu hỏi 9: Nêu các bước thực hiện bài toán " *Cho đoạn thẳng AB. Hãy vẽ đoạn thẳng CD sao cho CD = AB* ".

Câu hỏi 10:

a. Nêu định nghĩa trung điểm của đoạn thẳng.

b. Khi nào kết luận điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB ? Hãy chọn những câu trả lời đúng trong các câu trả lời sau:

Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB khi:

1. MA = MB.
2. AM + MB = AB.
3. AM + MB = AB và MA = MB.
4. $MA = MB = \frac{AB}{2}$.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Cho hai đoạn thẳng AB và CD, vẽ hình trường các trường hợp:

a. AB và CD cắt tại điểm I khác A, B, C, D.

b. AB và CD cắt tại điểm A.

c. AB và CD cắt tại điểm C.

Bài tập 2. Cho đoạn thẳng AB và tia Ox, vẽ hình trường các trường hợp:

a. AB và Ox cắt tại điểm I khác A, B, O.

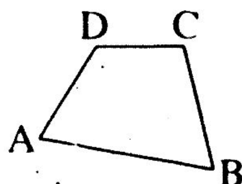
b. AB và Ox cắt tại điểm B.

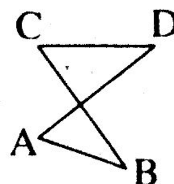
Bài tập 3. Cho đoạn thẳng AB và đường thẳng d, vẽ hình trường các trường hợp:

a. AB và d cắt tại điểm I khác A, B.

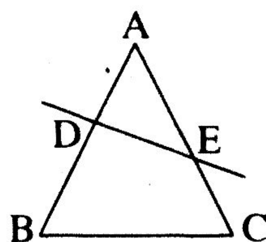
b. AB và d cắt tại điểm A.

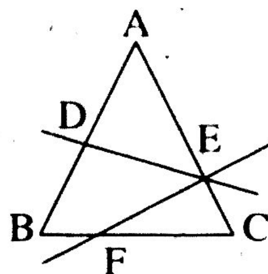
Bài tập 4. Hãy viết đầu đề của các bài tập ứng với các hình vẽ sau:





Bài tập 5. Hãy viết đầu đề của các bài tập ứng với các hình vẽ sau:





Bài tập 6. Gọi M và N là hai điểm nằm ngoài đoạn thẳng AB (và nằm trên đường thẳng AB). Biết AN = BM. So sánh AM và BN.

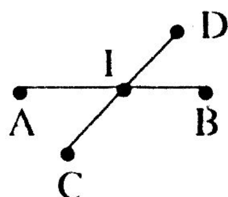
Bài tập 7. Cho M là điểm nằm giữa A và B, biết AM = 6cm, AB = 11cm. Tính MB.

Bài tập 8. Trên tia Ox lấy hai điểm A, B. Trên tia Oy lấy hai điểm C, D sao cho OA = OC và OB = OD. So sánh AB và CD.

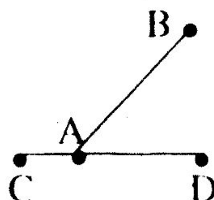
V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

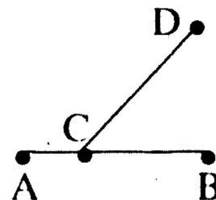
AB và CD cắt tại điểm I khác A, B, C, D.



AB và CD cắt tại điểm A.

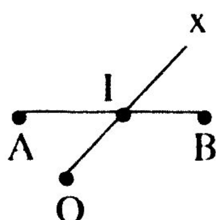


AB và CD cắt tại điểm C.

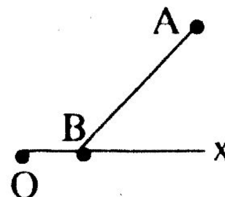


Bài tập 2.

AB và Ox cắt tại điểm I khác A, B, O.

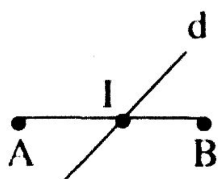


AB và Ox cắt tại điểm B.

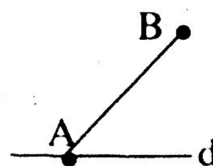


Bài tập 3.

AB và d cắt tại điểm I khác A, B



AB và d cắt tại điểm A.



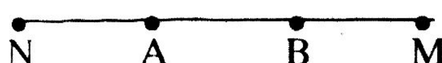
Bài tập 4. *Học sinh tự làm.*

Bài tập 5. *Học sinh tự làm.*

Bài tập 6. Ta thấy ngay sẽ có hai trường hợp hình vẽ:



Hình a



Hình b

- Với hình a, ta có:

$$AM = BM - AB = AN - AB = BN.$$

- Với hình b, ta có:

$$AM = AB + BM = AB + AN = BN.$$

Vậy, ta luôn có AM = BN.

Bài tập 7. Vì M là điểm nằm giữa A và B nên:

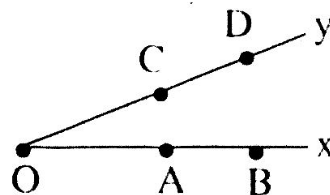


AM + MB = AB

⇔ MB = AB — AM = 11 — 6 = 5cm.

Vậy, ta được MB = 5cm.

Bài tập 8. Theo hình vẽ, ta được:



AB = OB — OA = OD — OC = CD.

Vậy, ta được AB = CD.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

Bài tập 1. Cho bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng kẻ được qua hai trong bốn điểm đó.

Bài tập 2. Cho bốn đường thẳng phân biệt a, b, c, d. Hãy vẽ tất cả các trường hợp có thể xảy ra

Bài tập 3. Cho năm điểm phân biệt A, B, C, D, E. Kẻ một đường thẳng đi qua hai trong năm điểm đó. Hãy vẽ hình trong các trường hợp sau:

a. Có một đường thẳng.

b. Có năm đường thẳng.

c. Có tám đường thẳng.

Bài tập 4. Vẽ hình trong các trường hợp sau:

a. Có 4 đường thẳng a, b, c, d và 6 điểm A, B, C, D, E, F sao cho mỗi đường thẳng chứa 3 điểm đã cho.

b. Có 10 điểm và 5 đường thẳng sao cho mỗi đường thẳng chứa bốn điểm đã cho.

Bài tập 5. Vẽ đường thẳng xy. Lấy điểm O bất kì trên xy.

a. Viết tên hai tia chung gốc O.

b. Viết tên hai tia đối nhau. Hai tia đối nhau có đặc điểm gì?

Bài tập 6. Có thể nói hai tia đối nhau là hai tia chung gốc và cùng thuộc một đường thẳng được không?

Bài tập 7. Vẽ hai tia đối nhau Ox, Oy:

a. Lấy $A \in Ox$, $B \in Oy$. Viết tên các tia trùng với Ay.

b. Hai tia AB và Oy có trùng nhau không? Vì sao?

c. Hai tia AB và Oy có đối nhau không? Vì sao?

Bài tập 8. Cho 5 điểm A, B, C, D, E. Trong đó, điểm B nằm giữa điểm A và D; điểm C nằm giữa B và D; hai điểm D và E không thẳng hàng.

a. Hãy vẽ hình biểu diễn 5 điểm đó.

b. Kể tên các tia gốc B đi qua các điểm A, C, D, E. Có bao nhiêu tia như vậy ?

c. Gọi xy là đường thẳng đi qua hai điểm B và C. Trên đường thẳng xy có tất cả bao nhiêu tia gốc A, gốc B, gốc C? Có bao nhiêu cặp tia đối nhau.

Bài tập 9. Trên đường thẳng a cho 5 điểm A, B, C, D, E. Kể tên các đoạn thẳng có đầu mút là hai trong năm điểm đó. Có bao nhiêu đoạn thẳng như vậy. Vẽ hình minh họa.

Bài tập 10. Vẽ hình

a. Vẽ đường thẳng AB.

b. Vẽ điểm M thuộc đoạn thẳng AB.

c. Vẽ điểm N thuộc tia AB nhưng không thuộc đoạn AB.

d. Vẽ điểm P thuộc tia đối của tia BN nhưng không thuộc đoạn AB.

e. Trong ba điểm A, B, M thì điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

f. Trong ba điểm M, N, P thì điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

Bài tập 11. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Vẽ đường thẳng đi qua A, C. Vẽ đoạn thẳng AB. Vẽ nửa đường thẳng gốc C đi qua B.

Bài tập 12. Vẽ ba đoạn thẳng sao cho mỗi đoạn thẳng cắt hai đoạn còn lại.

Bài tập 13. Trên đường thẳng a cho 4 điểm A, B, C, D. Biết AB = 6cm, AC = 4cm, AD = 3cm.

a. Chứng minh rằng điểm C nằm giữa hai điểm A và B.

b. Chứng minh rằng điểm C nằm giữa hai điểm D và B

Bài tập 14. Cho bốn điểm A, B, C, D. Hãy vẽ hình trong các trường hợp sau:

a. Đường thẳng AB cắt đường thẳng CD và đoạn thẳng AB cũng cắt đoạn thẳng CD.

b. Đường thẳng AB cắt đường thẳng CD và đoạn thẳng AB không cắt đoạn thẳng CD.

Bài tập 15. Cho ba điểm A, B, C. Có thể nói gì trong các trường hợp sau ?

a. AB = 23cm ; BC = 52cm ; AC = 78cm.

b. AB = 12cm ; BC = 25cm ; AC = 37cm.

c. AB = 31cm ; BC = 18cm ; AC = 49cm.

Bài tập 16. Cho hai điểm A, B mà AB = 8cm. Tìm các điểm M thuộc đường thẳng AB sao cho 3MA = MB.

Bài tập 17. Cho đoạn thẳng AB = 20cm. Trên đường thẳng AB lấy điểm C sao cho AC = 8cm và điểm D sao cho BD = 6cm. Tính độ dài đoạn thẳng CD.

Bài tập 18. Cho 5 điểm A, B, C, D, E. Biết:

C nằm giữa A và B

D nằm giữa B và C

E nằm giữa C và D

a. Chứng minh rằng năm điểm trên thẳng hàng.

b. Chứng minh rằng C nằm giữa hai điểm D và E.

c. Cho BC = 15cm, CE = 12cm, DE = 23cm, AC = 16cm. Tính BD, AE và AB.

Bài tập 19. Cho đoạn thẳng AB. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB và N là trung điểm đoạn thẳng MB.

a. Chứng tỏ rằng điểm M thuộc đoạn thẳng AN và điểm N thuộc đường thẳng AB.

b. Cho MN = 8cm. Tính AB, AN.

Bài tập 20. Cho ba điểm A, B, C cùng nằm trên đường thẳng a. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳngAB và AC. Biết MN = 8cm, CM = 3cm và MN < AB. Tính AC, CN, CB, AB.

Bài tập 21. Cho đoạn thẳng AB, biết AB = 6cm. Gọi C là điểm nằm trên tia đối của tia BA và M, N theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng AC và BC. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

Bài tập 22. Cho đoạn thẳng AB = 18cm và một điểm C nằm giữa hai điểm A, B với AC = 8cm. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng AC, BC và P là trung điểm của đoạn thẳng MN. Hỏi điểm P có nằm giữa hai điểm C và N không ?

Bài tập 23. Cho đoạn thẳng AB = a. Gọi M là trung điểm của AB, C là một điểm bất kì thuộc AB. Tính độ dài đoạn thẳng MC. Biết BC = b.

Sử dụng máy tính CASIO fx - 570 GIẢI TOÁN

Việc dạy và học toán có sự hỗ trợ của máy tính đã trở nên rất phổ biến trên toàn thế giới. Trong các tài liệu giáo khoa của các nước có nền giáo dục tiên tiến luôn có thêm chuyên mục sử dụng máy tính để giải toán.

Ở nước ta, kể từ năm 2001 Bộ Giáo dục và Đào tạo ngoài việc đã tổ chức các kì thi học sinh giỏi cấp khu vực " Giải toán trên máy tính CASIO " cho học sinh Phổ thông còn cho phép tất cả thí sinh được sử dụng các loại máy tính CASIO fx – 500A, CASIO fx – 500MS, CASIO fx – 570MS... trong các kì thi cấp quốc gia. Do đó, phần này sẽ hướng dẫn sử dụng các tính năng của máy tính CASIO fx – 570MS phục vụ cho chương trình Toán THCS.

1- BẬT MÁY – TẮT MÁY

1. Để bật máy tính ấn phím [ON].
2. Để tắt máy tính ấn nhóm phím [SHIFT] [AC].

Lưu ý rằng, máy tính có cài đặt chế độ tự động tắt.

3- KHẢ NĂNG NHẬP

Bộ nhớ của máy tính được sử dụng để nhập dữ liệu tính toán có thể chứa đựng được tối đa 79 kí tự (gọi là 79 bước).

1. Khi sử dụng các phím số và các [+], [-], [×], [÷], được coi là 1 bước.
2. Khi sử dụng phím [SHIFT], hoặc [ALPHA] không được coi là 1 bước, bởi:
   - Việc sử dụng phím [SHIFT] sẽ cho phép ta nhập vào máy nội dung phím màu vàng tiếp theo, thí dụ để nhập 5^3 ta thực hiện:
     [5] [SHIFT] [x^3].
   - Việc sử dụng phím [ALPHA] sẽ cho phép ta nhập vào máy nội dụng phím màu đỏ tiếp theo, thí dụ để nhập chữ A ta thực hiện:
     [ALPHA] [A].
3. Đến kí tự (bước) thứ 73 trở đi con trỏ dạng "_" được thay bằng "▮".

Nếu biểu thức dài hơn 79 bước, ta phải cắt ra thành 2 hay nhiều biểu thức.

Ấn phím [ANS] để gọi lại kết quả vừa tính xong. Phím [ANS] được dùng như một biến trong biểu thức.

I. HIỆU CHỈNH LẠI SỐ LIỆU TRONG KHI NHẬP

Trong khi nhập một biểu thức tính toán vào máy tính, nếu cần sửa chữa lại ta sử dụng:

- Phím [◄] hay [►] để di chuyển con trỏ đến chỗ cần hiệu chỉnh.
- Phím [DEL] để xoá ký tự đang nhấp nháy (có con trỏ).
- Phím [SHIFT] [INS] để thiết lập chế độ chèn, khi đó con trỏ có dạng [ ] và ta có thể chèn thêm ký tự vào trước ký tự đang nhấp nháy. Trong trường hợp này, nếu ấn phím [DEL], ký tự trước con trỏ bị xoá.
- Nếu ấn [SHIFT] [INS] lần nữa hoặc [=] ta sẽ trở lại trạng thái thông thường (thoát khỏi trạng thái chèn).

II. HIỆN LẠI HÀM SỐ TÍNH (HOẶC BIỂU THỨC TÍNH)

Vào mọi thời điểm sau mỗi lần tính toán, máy sẽ lưu biểu thức và kết quả vào bộ nhớ, khi đó:

- Ấn phím [▲] để hiện lại biểu thức và kết quả vừa tính. Ấn phím [▲] thêm lần nữa ta sẽ nhận được màn hình trước đó
- Ấn phím [▼] sẽ hiện ngược lại.

Với màn hình hiện tại, ta dùng [►] hoặc [◄] để chỉnh sửa và tính lại (kể cả màn hình đang tính).

Ấn [AC] màn hình sẽ bị xoá, tuy nhiên các biểu thức và kết quả trước đó vẫn không bị xoá trong bộ nhớ.

Bộ nhớ màn hình lưu được 128 byte cho bộ biểu thức và kết quả.

Bộ nhớ màn hình chỉ bị xoá trong các trường hợp:

1. Ấn phím [ON].
2. Cài đặt lại Mode và thay Mode ban đầu bằng việc ấn:

   [SHIFT] [CLR] [2] (hoặc [3]) [=].
3. Thay đổi từ Mode tính toán này sang Mode tính toán khác.
4. Tắt máy tính.

III. ĐỊNH VỊ TRÍ MẮC LỖI

Khi biểu thức tính bị mắc lỗi, máy sẽ báo thông báo lỗi và khi đó hãy sử dụng phím [►] hoặc [◄] sau khi có thông báo lỗi, con trỏ nhấp nháy liền sau ký tự lỗi.

IV. BIỂU THỨC NHIỀU DÒNG LỆNH (Multi - Statements)

Biểu thức nhiều dòng lệnh là biểu thức được tạo lập bởi hai hoặc nhiều hơn những biểu thức nhỏ, chúng được kết nối với nhau bằng dấu (:).

Lưu ý rằng, để có được dấu " : " ta cần sử dụng tổ hợp phím:

[ALPHA] [:].

Ví dụ 1:

a. Để cộng 5 + 3 và lấy kết quả nhân với 8, ta thực hiện:

5 [+] 3 [ALPHA] [:] [ANS] [×] 8

Khi đó:

- Ấn tiếp phím [=] ta được màn hình: [5 + 3 / 8. Disp]
- Ấn tiếp phím [=] ta được màn hình: [Ans×8 / 64]

b. Để cộng 2 + 3 rồi lấy kết quả nhân với 4, tiếp đó lấy kết quả trừ đi 12, ta thực hiện:

2 [+] 3 [ALPHA] [:] [ANS] [×] 4 [ALPHA] [:] [ANS] [-] 12

Khi đó:

- Ấn tiếp phím [=] ta được màn hình: [2 + 3 / 5. Disp]
- Ấn tiếp phím [=] ta được màn hình: [Ans×4 / 20. Disp]
- Ấn tiếp phím [=] ta được màn hình: [Ans - 12 / 8]

V. KHỞI TẠO LẠI TRẠNG THÁI BAN ĐẦU CHO MÁY

Muốn thiết lập lại Mode cùng những cài đặt khác và xoá nhớ cùng các biến ta thực hiện:

[SHIFT] [CLR] [3] (All) [=].

4- PHÉP TÍNH CƠ BẢN

Các phép toán này được thực hiện trong Mode COMP, nó được thiết lập bằng cách ấn các phím:

[MODE] [1].

I. CÁC PHÉP TÍNH SỐ HỌC

Ví dụ 1:

a. Tính 5×(9 + 7) , ta ấn:

5 [×] [(] 9 [+] 7 [)] [=] → [80]

b. Tính 5×(1.2 + 3.4), ta ấn:

5 [×] [(] 1.2 [+] 3.4 [)] [=] → [23]

Chú ý: Có thể bỏ qua dấu) trước khi ấn phím [=], thật vậy:

5 [×] [(] 1.2 [+] 3.4 [=] → [23]

Ví dụ 2:

a. Tính $3\times(5\times10^{-9})$, ta ấn:

3 [×] [(] 5 [EXP] [(-)] 9 [)] [=] [1.5×10^-8]

b. Tính $(8 - 5)\times(6\times10^{-6})$, ta ấn:

[(] 8 [—] 5 [)] [×] [(] 6 [EXP] [(-)] 6 [)] [=] [1.8×10^-5]

Chú ý: 1. Với các giá trị âm của biểu thức, thông thường cần sử dụng dấu ngoặc đơn, thí dụ muốn tính sin — 2.13 ta ấn:

[sin] [(] [(-)] 1.23 [)] [=].

2. Tuy nhiên trong một vài trường hợp, giá trị âm không cần thiết cho trong ngoặc đơn, thí dụ muốn tính 3×10^{-8} ta ấn:

3 [EXP] [(-)] 8 [=].

II. CÁC TOÁN TỬ CỦA PHÂN SỐ

1. CÁC PHÉP TÍNH VỚI PHÂN SỐ VÀ HỖN SỐ

Với máy tính Fx—570MS các phân số hoặc hỗn số (số nguyên + tử + mẫu + dấu cách) có tổng các ký tự lớn hơn 10 được tự động chuyển thành dạng thập phân.

Ví dụ 1:

a. Tính $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$ (*Đáp số* $\frac{11}{15}$), ta ấn:

1 [a b/c] 3 [+] 2 [a b/c] 5 [=] [11 ⌟ 15]

b. Tính $2\frac{3}{4}+1\frac{1}{3}=4\frac{1}{12}$, ta ấn:

2 [a b/c] 3 [a b/c] 4 [+] 1 [a b/c] 1 [a b/c] 3 [=] [4 ⌟ 1 ⌟ 12]

Ví dụ 2:

a. Đơn giản $\frac{2}{6}$ (*Đáp số* $\frac{1}{3}$), ta ấn:

2 [a b/c] 6 [=] [1 ⌟ 3]

b. Đơn giản $4\frac{6}{15}$ (*Đáp số* $4\frac{2}{5}$), ta ấn:

4 [a b/c] 6 [a b/c] 15 [=] [4 ⌟ 2 ⌟ 5]

Chú ý: Phép toán của phân số với số thập phân sẽ nhận được kết quả là số thập phân.

Ví dụ 3:

a. Tính $\frac{3}{5}$ + 2.3 (*Đáp số* 2.9), ta ấn:

3 [a b/c] 5 [+] 2.3 [=] [2.9]

b. Tính $\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)\times 2.4$ (*Đáp số 3.4*), ta ấn:

[(] 2 [a b/c] 3 [+] 3 [a b/c] 4 [)] [×] 2.4 [=] → 3.4

2. CHUYỂN ĐỔI PHÂN SỐ THÀNH SỐ THẬP PHÂN VÀ NGƯỢC LẠI

Sử dụng các toán tử [a b/c] và [d/c] chúng ta có thể chuyển đổi phân số thành số thập phân và ngược lại.

Ví dụ 1: (*Chuyển số thập phân thành phân số*):

a. Chuyển 3.25 (*Đáp số* $3\frac{1}{4}=\frac{13}{4}$), ta ấn:

Phím ấn	Màn hình
3.25 [=]	3.25
[a b/c]	3 ⌟ 1 ⌟ 4
[SHIFT] [d/c]	13 ⌟ 4

b. Chuyển 2.04 (*Đáp số* $2\frac{1}{25}=\frac{51}{25}$), ta ấn:

Phím ấn	Màn hình
2.04 [=]	2.04
[a b/c]	2 ⌟ 1 ⌟ 25
[SHIFT] [d/c]	51 ⌟ 25

Ví dụ 2: (*Chuyển phân số thành số thập phân*):

a. Chuyển $\frac{1}{4}$ (*Đáp số* 0.25), ta ấn:

Phím ấn	Màn hình
1 [a b/c] 4 [=]	1 ⌟ 4
[a b/c]	0.25
[a b/c]	1 ⌟ 4

b. Chuyển $3\frac{8}{40}$ (*Đáp số* $3\frac{1}{5}=3.2$), ta ấn:

Phím ấn	Màn hình
3 [a b/c] 8 [a b/c] 40 [=]	3 ⌟ 1 ⌟ 5
[a b/c]	3.2
[SHIFT] [d/c]	16 ⌟ 5

3. CÁC PHÉP TÍNH PHẦN TRĂM

Ví dụ 1:

a. Tính 15% của 1200 (kết quả 144), ta ấn:

1200 [×] 12 [SHIFT] [%] → 144

b. Xác định xem 75 là bao nhiêu phần trăm của 500 (kết quả 15%), ta ấn:

75 [÷] 500 [SHIFT] [%] → 15

Ví dụ 2:

a. Tính 250 + 15% của 250 (kết quả 287.5), ta ấn:

250 [x] 15 [SHIFT] [%] [+] → 287.5

b. Tính 250 - 25% của 250 (kết quả 187.5), ta ấn:

250 [x] 25 [SHIFT] [%] [-] → 187.5

Ví dụ 3:

a. Tính tổng 168 + 98 + 734 rồi trừ đi 20% của tổng đó (kết quả 800), ta ấn:

168 [+] 98 [+] 743 [=] [Ans] [SHIFT] [STO] [A]

[ALPHA] [A] [x] 20 [SHIFT] [%] [-] → 800

b. Tính tổng 168 + 1098 + 734 rồi trừ đi 20% của tổng đó (kết quả 1600), ta đưa con trỏ lên dòng biểu thức tổng và sửa số 98 thành 1098 rồi ấn phím [=], ta được:

→ 1600

Ví dụ 4: Tính 150 + 600 là bao nhiêu phần trăm của 600 (kết quả 125%), ta ấn:

150 [+] 600 [SHIFT] [%] → 125

Ví dụ 5: Một công nhân mỗi ngày lắp được 40 chi tiết máy. Hỏi năng suất lao động đã tăng bao nhiêu phần trăm khi mỗi ngày người công nhân đó lắp được:

a. 46 chi tiết máy.

b. 48 chi tiết máy.

Giải

a. Ta thực hiện:

46 [-] 40 [SHIFT] [%] → 15

b. Ta lựa chọn một trong hai cách:

Cách 1: Sử dụng phím [◄] [◄] [◄] [◄] [◄] [◄] để sửa 6 thành 8 rồi ấn phím [=], ta được:

→ 20

Cách 2: Thao tác lại giống câu a), cụ thể:

48 [-] 40 [SHIFT] [%] → 20

4. PHÉP TÍNH VỀ ĐỘ, PHÚT, GIÂY (GIỜ, PHÚT, GIÂY)

Ta có thể thực hiện các phép tính sử dụng số đo là độ (giờ), phút, giây. Và chuyển đổi giữa độ (giờ), phút, giây và số thập phân.

Ví dụ 1: Đổi số thập phân 1.668 ra độ, phút, giây và ngược lại, ta thực hiện:

- Thiết lập chế độ D, bằng cách ấn:

  [MODE] [MODE] [MODE] [MODE] [1]

- Tiếp theo:

  1.668 [=] → 1.668

  [SHIFT] [o,,,] → 1°40°4.8

  [o,,,] → 1.668

Ví dụ 2: Thực hiện phép tính 8° 36' 56" × 4.5 , ta ấn:

8 [o,,,] 36 [o,,,] 56 [o,,,] [×] 4.5 [=] → [38°46°12]

5. FIX, SCI, RN

Để thay đổi việc thiết lập cho số của phần thập phân, số các chữ số có nghĩa hoặc hiển thị dạng mũ, ta sử dụng phím [MODE], cụ thể:

Ấn [MODE] [MODE] [MODE] [MODE] [MODE] màn hình máy tính có dạng:

Fix	Sci	Norm
1	2	3

Khi đó:

- Ấn tiếp phím [1], ta nhận được màn hình:

  [Fix 0 ~ 9 ?]

  Tới đây, ta lựa chọn 0, 1, ..., 9 để ấn định số chữ số của phần thập phân.
- Ấn tiếp phím [2], ta nhận được màn hình:

  [Sci 0 ~ 9 ?]

  Tới đây, ta lựa chọn 0, 1, ..., 9 để ấn định số chữ số của a trong a x 10^n (số nguyên của a chỉ là từ 1 đến 9).
- Ấn tiếp phím [3], ta định dạng việc hiện thị dưới dạng mũ.

Ví dụ 1: Tính 20 : 11 × 33, ta ấn:

20 [÷] 11 [×] 33 [=] → [60.]

- Nếu ấn định có 3 số lẻ thì:

  [MODE] .... [1] (Fix) [3] → [60.000]
- Nếu sử dụng việc tính tuần tự, ta thấy:

  20 [÷] 11 [=] → [1.818]

  [×] 33 [=] → [60.000]
- Nếu sử dụng phím [Rnd], ta thấy:

  20 [÷] 11 [=] → [1.818]

  [SHIFT] [RND] → [1.818]

  [×] 33 [=] → [59.994]

Ấn [MODE] ... [3] (Norm) [1] để xóa Fix (vào Norm 1).

Ví dụ 2: Tính 1 ÷ 3 và hiểu thị kết quả với 2 chữ số (Sci 2), ta ấn:

[MODE] ... [2] (Sci) [2] 1 [÷] 3 [=] → [3.3×10^{-1}]

Ấn [MODE] ... [3] (Norm) [1] để xoá Sci (vào Norm 1).

5- SỬ DỤNG NHỚ ĐỂ TÍNH TOÁN

Các phép toán này được thực hiện trong Mode COMP, nó được thiết lập bằng cách ấn các phím:

[MODE] [1].

I. BỘ NHỚ KẾT QUẢ (Answer Memory)

Tại bất kì thời điểm nào, khi ấn phím [=] thì các giá trị hoặc kết quả của biểu thức vừa nhập được tự động ghi vào bộ nhớ kết quả và gán vào phím [ANS].

Ngoài ra, kết quả ngay sau khi ấn [SHIFT] [%], [M+], [SHIFT] [M-] hoặc [SHIFT] [STO] và tiếp theo là một chữ cái (từ A đến F, hoặc M, X, Y) cũng được tự động ghi vào bộ nhớ kết quả và gán vào phím [ANS].

II. TÍNH LIÊN TIẾP

Ta có thể sử dụng kết quả tính toán hiện tại như một giá trị thứ nhất cho phép tính kế tiếp.

Ngoài ra, kết quả này còn có thể sử dụng như một biến trong các hàm mẫu A (x^2, x^3, x^{-1}, x!, DRG▶), +, -, ^(x^y), $\sqrt[x]{\ }$, ×, :, nPr, nCr.

Ví dụ 1: Tính $\sqrt{\sqrt{9+16}+4}$ (*Đáp số* 5), ta có thể thực hiện:

Cách 1: Thông thường, ta ấn:

[√] 2 [(] 4 + [√] [(] 9 [+] 16 [)] [)] [=] [3]

Cách 2: Sử dụng phương pháp tính liên tiếp, ta ấn:

9 [+] 16 [=] [√] [=] [+] 4 [=] [√] [3]

III. BỘ NHỚ ĐỘC LẬP

Các giá trị có thể được nhập trực tiếp vào bộ nhớ, nạp thêm vào bộ nhớ hoặc giảm bớt một phần trong bộ nhớ. Bộ nhớ độc lập trở thành tổng cuối cùng.

Bộ nhớ độc lập được sử dụng giống như một miền nhớ gán vào biến M.

Để xoá bộ nhớ độc lập (M), ta ấn

[0] [SHIFT] [STO] [M] (M+)

Ví dụ 1: Ta lần lượt thực hiện:

- Tính 18 + 6 bằng việc ấn:

  18 [+] 6 [SHIFT] [STO] [M] (M+)

- Tính 48 - 21 bằng việc ấn:

  48 [-] 21 [M+]

- Tính 25 × 2 bằng việc ấn:

  25 [×] 2 [SHIFT] [M-]

- Ấn tiếp:

  [RCL] [M] (M +).

18 + 6
48 – 21
-) 25 × 2
Tổng 1

ta được kết quả bằng 1.

IV. CÁC BIẾN NHỚ

Ta có 9 biến nhớ (từ A đến F, hoặc M, X, Y), nó có thể dùng để lưu trữ dữ liệu, các hằng số, các kết quả và các giá trị khác.

Ví dụ 1:

a. Để gán số 18 vào biến A, ta ấn:

18 [SHIFT] [STO] [A]

b. Để xoá giá trị đã nhớ trong biến A, ta ấn:

[0] [SHIFT] [STO] [A]

c. Để xoá tất cả các số nhớ thì ấn:

[SHIFT] [CLR] [1] (Mcl) [=]

Ví dụ 2: Để thực hiện hai phép tính:

39.6 : 11 = 3.6

39.6 : 18 = 2.2

sử dụng biến nhớ, ta ấn:

39.6 [SHIFT] [STO] [A] [÷] 11 [=] → 3.6

[ALPHA] [A] [÷] 18 [=] → 2.2

6- PHÉP TÍNH VỚI HÀM KHOA HỌC

Các phép toán này được thực hiện trong Mode COMP, nó được thiết lập bằng cách ấn các phím:

[MODE] [1]

Chú ý:
- Tuy nhiên, một vài phép tính cho kết quả hơi chậm.
- Phải chờ kết quả hiện lên mới bắt đầu phép tính tiếp theo.
- $\pi = 3.141592654$

I. HÀM LƯỢNG GIÁC – HÀM LƯỢNG GIÁC NGƯỢC

Để thay đổi đơn vị đo góc ở chế độ mặc định (độ, radian, grad), ấn phím [MODE] nhiều lần để màn hình hiện:

Deg	Rad	Gra
1	2	3

Ấn tiếp phím số ([1], [2] hoặc [3]) để tương ứng với đơn vị đo góc mà chúng ta muốn dùng. Ta có:

$$90^0 = \frac{\pi}{2} \text{ radians} = 100 \text{ grads.}$$

Việc khai báo các hàm số lượng giác được thực hiện như sau:

- Để khai báo sinA (tương tự với cosA, tgA), ta ấn:

[sin] A (tương tự [cos] A, [tg] A)

- Để khai báo cotgA (tương tự arccotgA), ta ấn:

  [sin] A [÷] [cos] A hoặc 1 [÷] [tg] A

Ngoài ra còn có thể sử dụng theo hàm số nghịch đảo.

Ví dụ 1: Tính sin 60°32'40" (*Đáp số* 0.870737407), ta ấn:

[MODE] [MODE] [MODE] [MODE] [1] (Deg)

[sin] 60 [o,,,] 32 [o,,,] 40 [o,,,] [=] [0.870737407]

Ví dụ 2: Tính cos ($\frac{2\pi}{3}$)(*Đáp số* - 0.5), ta ấn:

[MODE] [MODE] [MODE] [MODE] [2] (Rad)

[cos] [(] 2 [SHIFT] [π] [÷] 3 [)] [=] [- 0.5]

Ví dụ 3: Tính $\sin^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}$ (*Đáp số* 0.25π= $\frac{\pi}{4}$ rad), ta ấn:

[MODE] [MODE] [MODE] [MODE] [2] (Deg)

[SHIFT] [sin⁻¹] [(] [√] 2 [÷] 2 [)] [=] [0.785398163]

[Ans] [÷] [SHIFT] [π] [=] [0.25]

Ví dụ 4: Tính $\tan^{-1}$ 0.741 (*Đáp số* 36.53844577° hoặc 36°32'18"), ta ấn:

[MODE] [MODE] [MODE] [MODE] [1] (Deg)

[SHIFT] [tan⁻¹] 0.741 [=] [36.53844577]

[SHIFT] [o,,,] [=] [36°32°18.4]

Chú ý: $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$ là các hàm số arcsin, arccos, arctan.

II. HÀM MŨ

Việc khai báo hàm số hàm mũ được thực hiện như sau:

- Để khai báo e^A (tương tự với 10^A), ta ấn:

  [SHIFT] [eˣ] A (tương tự [SHIFT] [10ˣ] A).

- Để khai báo A^B, ta ấn A [∧] B.

Ví dụ 1:

a. Tính log 72 (*Đáp số* 1.857332496), ta ấn:

[log] 72 [=] [1.857332496]

b. Tính ln 3 (*Đáp số* 1.098612289), ta ấn:

[ln] 3 [=] [1.098612289]

c. Tính ln e (*Đáp số* 1), ta ấn:

[ln] [ALPHA] [e] [=] [1]

Ví dụ 2:

a. Tính e^8 (*Đáp số* 2,980.957987), ta ấn:

[SHIFT] [e^x] 8 [=] → 2,980.957987

b. Tính $10^{2.2}$ (*Đáp số* 158.4893192), ta ấn:

[SHIFT] [10^x] 2.2 [=] → 158.4893192

c. Tính 3^4 (*Đáp số* 81), ta ấn:

2 [^] 4 [=] → 81

III. CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA, CĂN BẬC N

Máy tính Fx — 570MS cho phép ta thực hiện được việc tính toán với các biểu thức chứa căn bất kì, cụ thể:

- Để khai báo $\sqrt{A}$, ta ấn [$\sqrt{\ }$] A.
- Để khai báo $\sqrt[3]{A}$, ta ấn [SHIFT] [$\sqrt[3]{\ }$] A.
- Để khai báo $\sqrt[n]{A}$, ta ấn n [SHIFT] [$\sqrt[x]{\ }$] A.

Ví dụ 1:

a. Tính $\sqrt{2} + \sqrt{5} \times \sqrt{7}$ (*Đáp số* 7.330293345), ta ấn:

[$\sqrt{\ }$] 2 [+] [$\sqrt{\ }$] 5 [×] [$\sqrt{\ }$] 7 [=] → 7.330293345

b. Tính $\sqrt{1 + \sqrt{3}}$ (*Đáp số* 1.65298165), ta ấn:

[$\sqrt{\ }$] (1 [+] [$\sqrt{\ }$] 3) [=] → 1.65298165

Ví dụ 2:

a. Tính $\sqrt[3]{512} + \sqrt[3]{-27}$ (*Đáp số* 5), ta ấn:

[SHIFT] [$\sqrt[3]{\ }$] 512 [+] [SHIFT] [$\sqrt[3]{\ }$] [(-)] 27 [=] → 5

b. Tính $\sqrt[3]{\sqrt{8}} - \sqrt[3]{27}$ (*Đáp số* - 0.555669052), ta ấn:

[SHIFT] [$\sqrt[3]{\ }$] [(] [$\sqrt{\ }$] 8 [-] [SHIFT] [$\sqrt[3]{\ }$] 27 [)] [=] → -0.555669052

Ví dụ 3:

a. Tính $\sqrt[8]{64}$ (*Đáp số* 1.681792831), ta ấn:

8 [SHIFT] [$\sqrt[x]{\ }$] 64 [=] → 1.681792831

b. Tính $\sqrt[100]{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}$ (*Đáp số* 1), ta ấn:

100 [SHIFT] [$\sqrt[x]{\ }$] [(] [(] [$\sqrt{\ }$] 2 [-] 1 [)] [×] [(] [$\sqrt{\ }$] 2 [+] 1 [)] [)] [=]

→ 1

IV. BÌNH PHƯƠNG, LẬP PHƯƠNG, NGHỊCH ĐẢO

Máy tính Fx — 570MS cho phép ta thực hiện được việc tính toán với các biểu thức chứa bình phương, lập phương, nghịch đảo bất kì, cụ thể:

- Để khai báo A^2, ta ấn A [x²].
- Để khai báo A^3; ta ấn A [SHIFT] [x³].
- Để khai báo $A^{-1} = \frac{1}{A}$, ta ấn A [x⁻¹].

Ví dụ 1:

a. Tính $125 + 25^2$ (*Đáp số* 750), ta ấn:

125 [+] 25 [x²] [=] [750]

b. Tính $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)^2$ (*Đáp số* $1\frac{13}{36} = \frac{49}{36} = 1.361111111$.) ta ấn:

(1 [a b/c] 2 [+] 2 [a b/c] 3) [x²] [=] [1 ⌟ 13 ⌟ 36]

[SHIFT] [d/c] [49 ⌟ 36]

[a b/c] [1.361111111]

Chú ý: Với 25^2, ta có thể khai báo theo kiểu:

25 [×] 25 hoặc 25 [^] 2.

Ví dụ 2:

a. Tính 16^3 (*Đáp số* 4096), ta ấn:

16 [SHIFT] [x³] [=] [4096]

b. Tính $(5^2 — 18)^3$ (*Đáp số* 343), ta ấn:

[(] 5 [x²] [-] 18 [)] [SHIFT] [x³] [=] [343]

Chú ý: Với 16^3, ta có thể khai báo theo kiểu:

16 [×] 16 [×] 16 hoặc 16 [^] 3.

Tức là, với a^n, ta có thể sử dụng khai báo a [^] n.

Ví dụ 3: Tính $\frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}$ (*Đáp số* 12), ta ấn:

[(] 3 [x⁻¹] [-] 4 [x⁻¹] [)] [x⁻¹] [=] [12]

V. SỐ π

Ví dụ 1: Tính 5π (*Đáp số* 15.70796327), ta ấn:

5 [SHIFT] [π] [=] [15.70796327]

Nhận xét: Như vậy, khi sử dụng số π máy tính cho phép ta thực hiện phép nhân tắt (không cần khai báo dấu [×]).

VI. ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO GÓC

Ta đều biết rằng, góc α có thể được đo bằng các đơn vị độ, radian hoặc grad. Máy tính Fx — 570MS cho phép ta thực hiện được việc chuyển đổi giữa các đơn vị trên bằng cách ấn:

[SHIFT] [DRG▶]

để nhận được màn hình dạng:

D	R	G
1	2	3

Ấn tiếp phím số ([1], [2] hoặc [3]) để chuyển đổi các giá trị hiện tại thành đơn vị đo góc tương ứng.

Ví dụ 1: Để chuyển đổi 6.25 radian ra độ, ta ấn:

[MODE] [MODE] [MODE] [MODE] [1] (Deg)

6.25 [SHIFT] [DRG▶] [2] (R) [=] — 358.098622

[SHIFT] [o,,,] — 358°5'55.04

VII. ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO ĐỘ DÀI - ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO KHỐI LƯỢNG

Sử dụng phím [ENG] để thực hiện các phép chuyển đổi.

Ví dụ 1: Đổi 12388 mét ra kilomet (12388m = 12.388km), ta ấn:

12388 [=] [ENG] — 12.388×10^{03}

Ví dụ 2: Đổi 13642 gam ra miligam (13642g = 13.642000 mg), ta ấn:

13642 [=] [ENG] — 13.642×10^{03}

7- GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ

Trong Mode EQN cho phép ta giải các phương trình bậc hai, bậc ba và các hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn, 3 ẩn sử dụng các chương trình có sẵn trong máy.

Sử dụng phím [MODE] để thiết lập kiểu EQN khi ta muốn sử dụng máy tính để giải phương trình, cụ thể ta ấn:

[MODE] [MODE] [MODE] [1]

I. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Phương trình bậc hai có dạng:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Để minh hoạ phương pháp giải phương trình bậc hai, ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 1: Giải phương trình:

$$x^2 - 4x + 3 = 0.$$

Giải

Ta lần lượt thực hiện:

- Ấn [MODE] [MODE] [MODE] [1] (EQN), khi đó màn hình có dạng:

Unknowns?
2 3

- Ấn phím [►] để chọn bậc cho phương trình, khi đó màn hình có dạng:

← Degree ?
2 3

- Ấn phím [2] để chọn chương trình giải phương trình bậc hai, khi đó ta nhận được màn hình nhập hệ số (cho a, b, c) có dạng:

a?
▼

- Nhập giá trị của hệ số a (vì a = 1 nên ấn [1]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

b?

- Nhập giá trị của hệ số b (vì b = - 4 nên ấn [(-)] [4]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

c?
▲

- Nhập giá trị của hệ số c (vì c = 3 nên ấn [3]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

x_1=
▼

- Ấn phím [=] để nhận nghiệm tiếp theo của phương trình (hoặc sử dụng phím [▼]), khi đó ta nhận được màn hình có dạng:

x_2 =

Tiếp theo, ta đi giải phương trình trong trường hợp nó có nghiệm kép.

Ví dụ 2: Giải phương trình:

$$4x^2 - 12x + 9 = 0.$$

Giải

Ta lần lượt thực hiện:

- Ấn phím [AC] để trở lại màn hình nhập hệ số.
- Ta lần lượt nhập (a = 4, b = - 12, c = 9), bằng cách ấn:

4 [=] (-) 12 [=] 9 [=].

nhận được nghiệm x = 1.5.

Nhận xét:

1. Như vậy, trong trường hợp phương trình có nghiệm kép thì máy chỉ hiện nghiệm dạng x = 1.5.
2. Như vậy, trong trường hợp phương trình vô nghiệm thì máy hiện nghiệm số là số phức, phần thực của nghiệm số được hiện trước. Dấu hiệu "R<->I" được hiện kèm ở góc phải trên màn hình. Ấn [SHIFT] [Re<->Im] màn hình hiện phần ảo (có kèm i).

II. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC BA

Phương trình bậc ba có dạng:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0.$$

Để minh hoạ phương pháp giải phương trình bậc ba ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 1: Giải phương trình:

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0.$$

Giải

Ta lần lượt thực hiện:

- Ấn [MODE] [MODE] [MODE] [1] (EQN), khi đó màn hình có dạng:

Unknowns?
>
2 3

- Ấn phím [▶] để chọn bậc cho phương trình, khi đó màn hình có dạng:

<= Degree ?
2 3

- Ấn phím [3] để chọn chương trình giải phương trình bậc ba, khi đó ta nhận được màn hình nhập hệ số (cho a, b, c, d) có dạng:

a?
▼

- Nhập giá trị của hệ số a (vì a = 1 nên ấn [1]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

b? 1

- Nháp giá trị của hệ số b (vì b = - 2 nên ấn [(-)] [2]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

c?
↕

- Nhập giá trị của hệ số c (vì c = - 1 nên ấn [(-)] [1]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

d?
▲

- Nhập giá trị của hệ số d (vì d = 2 nên ấn [2]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

x_1=
2

- Ấn phím [=] để nhận nghiệm tiếp theo của phương trình (hoặc sử dụng phím [▼]), khi đó ta nhận được màn hình có dạng:

x_2=
↕

- Ấn phím [=] để nhận nghiệm tiếp theo của phương trình (hoặc sử dung phím [▼]), khi đó ta nhận được màn hình có dạng:

x_3 =

Tiếp theo, ta đi giải phương trình bậc ba trong trường hợp nó có hai nghiệm thực (trong đó có một nghiệm kép).

Ví dụ 2: Giải phương trình:

$$x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0.$$

Giải

Ta lần lượt thực hiện:

- Ấn phím [AC] để trở lại màn hình nhập hệ số.
- Ta lần lượt nhập (a = 1, b = - 4, c = 5, d = - 2), bằng cách ấn:
  1 [=] (-) 4 [=] 5 [=] (-) 2 [=].

khi đó, màn hình có dạng:

$x_1=$ ▼

- Ấn phím [=] để nhận nghiệm tiếp theo của phương trình (hoặc sử dụng phím [▼]), khi đó ta nhận được màn hình có dạng:

$x_2=$ ▲

Tiếp theo, ta đi giải phương trình bậc ba trong trường hợp nó có một nghiệm thực (còn lại là hai nghiệm phức).

Ví dụ 3: Giải phương trình:

$$x^3 - 5x^2 + 8x - 6 = 0.$$

Giải

Ta lần lượt thực hiện:

- Ấn phím [AC] để trở lại màn hình nhập hệ số.
- Ta lần lượt nhập (a = 1, b = - 5, c = 8, d = - 6), bằng cách ấn:
  1 [=] (-) 5 [=] 8 [=] (-) 6 [=].

khi đó, màn hình có dạng:

$x_1=$ ▼

- Ấn phím [=] để nhận nghiệm tiếp theo của phương trình (hoặc sử dụng phím [▼]), khi đó ta nhận được màn hình có dạng:

R⇔I $x_2=$

- Ấn phím [SHIFT] [Re↔Im] sẽ nhận được phần ảo của nghiệm x_2 bằng 1i.
- Ấn phím [=], khi đó, màn hình có dạng:

R⇔I $x_3=$ ▲

- Ấn phím [SHIFT] [Re↔Im] sẽ nhận được phần ảo của nghiệm x_3 bằng -1i.

Nhận xét: Như vậy, trong trường hợp phương trình bậc ba có 1 nghiệm thực và 2 nghiệm phức (khi nghiệm phức hiện lên thì có biểu tượng R↔I hiện ở trên góc phải của màn hình), ta chỉ đọc nghiệm thực (1 nghiệm) mà thôi.

III. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Chuyển hệ phương trình cần giải về dạng:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Để minh hoạ phương pháp giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 1: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ 2x - 3 = y \end{cases}$$

Giải

Trước tiên ta biến đổi hệ về dạng chuẩn tắc:

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

Ta lần lượt thực hiện:

- Ấn [MODE] [MODE] [MODE] [1] (EQN), khi đó màn hình có dạng:

Unknowns? ⇒
2 3

- Ấn phím [2] để chọn chương trình giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, khi đó ta nhận được màn hình nhập hệ số (cho a_1, b_1, c_1 và a_2, b_2, c_2) có dạng:

  a_1?
  ▼

- Nhập giá trị của hệ số a_1 (vì $a_1 = 1$ nên ấn [1]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

  b_1?
  ↕

- Nhập giá trị của hệ số b_1 (vì $b_1 = 2$ nên ấn [2]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

  c_1?
  ↕

- Nhập giá trị của hệ số c_1 (vì $c_1 = 4$ nên ấn [4]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

  a_2?
  ↕

- Nhập giá trị của hệ số a_2 (vì $a_2 = 2$ nên ấn [2]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

  b_2?
  ↕

- Nhập giá trị của hệ số b_2 (vì $b_2 = -1$ nên ấn (-) [1]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

  c_2?
  ▲

- Nhập giá trị của hệ số c_2 (vì $c_2 = 3$ nên ấn [3]), rồi ấn phím [=], khi đó màn hình có dạng:

  x=
  ▼

- Ấn phím [=] để nhận nghiệm y của hệ phương trình (hoặc sử dụng phím [▼]), khi đó ta nhận được màn hình có dạng:

y = ▲

Chú ý:
1. Tại màn hình nhập hệ số, sử dụng các phím [▼], [▲] để xem đi xem lại các giá trị của hệ số của hệ phương trình và có thể thay đổi chúng nếu cần.
2. Tại màn hình nghiệm, sử dụng các phím [▼], [▲] để xem đi xem lại các nghiệm x, y của hệ phương trình.
3. Ấn phím [AC] để trở lại màn hình nhập hệ số.
4. Vài hệ số có thể làm kéo dài thời gian tính.
5. Trong trường hợp hệ vô nghiệm hoặc có vô số nghiệm máy sẽ thông báo " Math ERROR ".

Ví dụ 2: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ 6x - y = 14 \end{cases}$$

Giải

Ta lần lượt thực hiện:

- Ấn phím [AC] để trở lại màn hình nhập hệ số.
- Ta lần lượt nhập ($a_1 = 4$, $b_1 = - 3$, $c_1 = 0$ và $a_2 = 6$, $b_2 = - 1$, $c_2 = 14$), bằng cách ấn:

  4 [=] (-) 3 [=] 0 [=] 6 [=] (-) 1 [=] 14 [=].

khi đó, màn hình có dạng:

x= ▼

- Ấn phím [=] để nhận nghiệm y của hệ phương trình (hoặc sử dụng phím [▼]), khi đó ta nhận được màn hình có dạng:

y = ▲

8- GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC VÀ CỦA HÀM SỐ

I. BỘ NHỚ CALC

Bộ nhớ CALC cho phép ta lưu trữ biểu thức toán học khi công việc tính toán của ta cần sử dụng biểu thức này lại nhiều lần với những giá trị khác nhau của biến số.

Ví dụ 1: Ta cần sử dụng lại hàm số $y = x^2 + 4x + 3$ nhiều lần để tính giá trị của hàm số tại $x = 1$, $x = 3$, $x = 8$,... , do đó, ta sử dụng bộ nhớ CACL để lưu trữ biểu thức $x^2 + 4x + 3$.

Bộ nhớ CALC chỉ cho phép ta lưu trữ một biểu thức toán học, từ đó ta có thể gọi lại biểu thức này, nhập vào biểu thức các giá trị của các biến, từ đó tính toán được kết quả một cách nhanh nhất và dễ dàng nhất.

Ta có thể lưu trữ được một biểu thức toán học đơn giản có tối đa 79 kí tự (*bước*). Lưu ý rằng bộ nhớ CACL chỉ có thể được sử dụng trong Mode COMP và Mode CMPLX.

II. TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC - HÀM SỐ

Ví dụ 1: Tính giá trị của hàm số $Y = X^2 + 3X - 12$ tại X = 7, X = 8.

Giải

Ta lần lượt thực hiện:

- Nhập hàm số $Y = X^2 + 3X - 12$ vào máy, bằng cách ấn:
  [ALPHA] [Y] [ALPHA] [=] [ALPHA] [X] [x^2] [+] 3 [ALPHA] [X] [—] 12
- Lưu trữ biểu thức vào bộ nhớ CACL, bằng cách ấn:
  [CACL]
- Để nhận được giá trị của hàm số với X = 7, ta ấn:
  7 [=] [58]
- Để nhận được giá trị của hàm số với X = 8, ta ấn:
  [CACL] 8 [=] [76]

Chú ý:
1. Dấu [=] được nhập vào bằng phím màu đỏ trên bàn phím của máy tính.
2. Biểu thức lưu trữ trong bộ nhớ CACL bị xoá khi ta:
   - Thực hiện một phép toán khác.
   - Thay đổi Mode khác.
   - Tắt máy tính.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Sách giáo khoa Toán 6 - Nhà xuất bản Giáo dục.
2. Sách giáo khoa Bài tập Toán 6 - Nhà xuất bản Giáo dục.
3. Vũ Hữu Bình - Toán cơ bản và nâng cao Hình học 6 — Nhà xuất bản Đà Nẵng.
4. Vũ Hữu Bình - Toán cơ bản và nâng cao Đại số 6 — Nhà xuất bản Đà Nẵng.